Affektiiviset tekijät maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan kurssilla Matematiikka I

Henriikka Karhuvaara

Toukokuu 2020
Pro gradu -tutkielma
Matematiikan ja tilastotieteen osasto
Helsingin yliopisto
Ohjaaja: Jokke Häsä

HELSINGIN YLIOPISTO — HELSINGFORS UNIVERSITET — UNIVERSITY OF HELSINKI

Tiedekunta/Osasto — Fakultet/Sektion — Faculty	Laitos — Institution — Department
Matemaattis-luonnontieteellinen	Matematiikan ja tilastotieteen osasto

Tekijä — Författare — Author

Henriikka Karhuvaara

Työn nimi — Arbetets titel — Title

Affektiiviset tekijät maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan kurssilla Matematiikka I

Oppiaine — Läroämne — Subject

Matematiikan aineenopettaja

Työn laji — Arbetets art — Level	Aika — Datum — Month and year	Sivumäärä — Sidoantal — Number of pages
Pro gradu -tutkielma	Toukokuu 2020	64 sivua + 23 liitesivua

Tiivistelmä — Referat — Abstract

Aiemmat tutkimukset osoittavat, että matematiikan oppimiseen vaikuttavat affektiiviset tekijät kehittyvät peruskoulun ja lukion aikana, mutta näkyvät myös korkeakouluopinnoissa. Erityisesti vähemmän matemaattisille aloille hakeutuvien opiskelijoiden aiemmat kokemukset matematiikan opiskelusta voivat olla negatiivisia, mikä voi vaikuttaa matematiikan opiskeluun esimerkiksi yliopistossa. Tutkimuksessa tarkasteltiin, miten Helsingin yliopiston maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan kurssi Matematiikka I vaikuttaa opiskelijoiden affektivisiin kokemuksiin, kuten itsevarmuuteen, matematiikka-ahdistukseen, motivaatioon, opiskelun mielekkyyteen ja matematiikan arvostukseen. Tulosten perusteella kurssin opetusta pyritään kehittämään siten, että se ehkäisisi erityisesti negatiivisten kokemusten syntymistä, jotta opiskelijat eivät välttelisi matematiikan opiskelua ja käyttöä yliopistossa sekä tulevilla urillaan.

Tutkimusaineisto kerättiin syksyn 2019 kurssilla. Affektiivisia kokemuksia käsittelevä aineisto kerättiin sekä kurssin alussa että lopussa kyselylomakkeella ja avoimilla kysymyksillä. Opiskelijoiden osaamitason vaikutuksia affektiivisiin tekijöihin selvitettiin kurssin alkutaitotestin ja loppukokeen avulla. Lisäksi seurattiin opiskelijoiden kurssin aikana tekemiä tehtäviä. Affektiivisten tekijöiden kehitystä ja kurssilla työskentelyä sekä suoriutumista seurattiin 40 opiskelijan otoksella.

Tutkimuksesta selvisi, että Matematiikka I -kurssi vaikutti opiskelijoiden affektiivisiin kokemuksiin sekä positiivisesti että negatiivisesti. Opiskelijan lähtötaso oli yhteydessä siihen, miten opiskelijan itsevarmuus ja motivaatio kehittyivät kurssin aikana. Osaamisen lähtötaso vaikutti myös matematiikka-ahdistuksen kokemukseen. Opiskelun mielekkyyteen vaikutti eniten kurssin käytännönjärjestelyt. Matematiikan arvostuksen kehittymisen kannalta keskeistä oli, ymmärsivätkö opiskelijat kurssin myötä matematiikan merkityksen omalla alallaan.

Tulokset osoittavat, että kurssin opetusta on järkevää kehittää siten, että se ehkäisee affektiivisten tekijöiden kehittymistä negatiiviseen suuntaan. Lähtötasoltaan kurssiin nähden heikommille opiskelijoille kannattaa järjestää riittävä mahdollisuus täydentää osaamistaan ennen kurssin alkua. Toisaalta opiskelijoiden erilainen lähtötaso tulee huomioida myös varsinaisen kurssin opetuksessa. Kurssisuunnitteluun on jatkossa varattava riittävästi aikaa. Myös viestintään on järkevää panostaa, jotta kurssin tavoitteet ja vaatimukset ovat opiskelijoille selkeitä. Kurssin suunnittelussa ja opetuksessa kannattaa mahdollisuuksien mukaan jatkossakin hyödyntää eri alojen osaajia, jotta kurssin matemaattisia sisältöjä saadaan asteittain tuotua lähemmäs opiskelijoiden omaa alaa.

Avainsanat — Nyckelord — Keywords

Affektiiviset tekijät, matematiikan yliopisto-opetus, maatalous-metsätieteellinen tiedekunta

Säilytyspaikka — Förvaringsställe — Where deposited

Kumpulan tiedekirjasto

Muita tietoja — Övriga uppgifter — Additional information

Kiitokset

Haluan kiittää ohjaajaani Jokke Häsää arvokkaista neuvoista koko graduprosessin aikana. Kiitos myös Johanna Rämölle graduseminaarin vetämisestä ja avusta tutkielmani alkutaipaleella. Iso kiitos kuuluu myös graduseminaarin muille opiskelijoille viikottaisesta vertaistuesta.

Lämmin kiitos maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan opiskelijoille tutkimukseen osallistumisesta ja omien kokemuksien jakamisesta. Kiitos myös tiedekunnan henkilökunnalle yhteistyöstä ja erityisesti Sofialle, Tonille ja Marille kurssin toteuttamisesta.

Kiitos Henrikille, että pääsin muutama vuosi sitten tutustumaan Matematiikka I -kurssin opetukseen. Kiitos myös johdattamisesta kurssin sisältöihin.

Lopuksi haluan osoittaa kiitokseni perheelle ja ystäville, jotka ovat olleet tukena graduprosessin aikana.

Sisältö

Luku 1

Johdanto

Suomalaisten opiskelijoiden matematiikan osaamisen taso ja negatiivinen suhtautuminen oppiaineeseen on herättänyt huolta asiantuntijoissa. Osaamisen tason lasku ja negatiivinen suhtautuminen ilmenevät esimerkiksi TIMMS ja PISA -tutkimuksista. Suomalaiset opiskelijat pitävät matematiikasta vähemmän kuin kansainväliset verrokkiryhmät, eivätkä ole sitoutuneet opetukseen toivotulla tavalla. Ilmiö osoittaa tarpeen kehittää kotimaista matematiikan opetusta. (Joutsenlahti ym., 2018, s. 49–50.)

Peruskoulun ja lukion matematiikan opetuksessa kehittyneet affektiiviset tekijät vaikuttavat siihen, mitä yliopistossa halutaan opiskella. Nämä tekijät voivat myös ohjata opiskelijoiden uravalintoja. (Reyes, 1984, s. 558–559.) Opiskelijat, joilla on huonoja kokemuksia matematiikan opiskelusta, hakeutuvat aloille, joilla ei oletettavasti tarvitse opiskella niin paljoa matematiikkaa. Matemaattista osaamista vaaditaan kuitenkin koko ajan yhä enemmän myös muilla kuin perinteisesti matemaattisina pidetyillä aloilla, mikä tuo haasteita opetukseen ja oppimiseen korkeakouluopinnoissa. (Joutsenlahti ym. 2018, s. 452–455.) Matematiikka on nykyään yhä enemmän esimerkiksi talous- ja biotieteiden kieli, mutta matematiikan integroiminen opetukseen voi olla alasta riippuen haastavaa. (Chiel ym., 2010, s. 248; May, 2004, s. 790–793).

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli selvittää maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan opiskelijoiden kokemuksia opiskelusta kurssilla Matematiikka I. Maataloustieteiden koulutusohjeman sivuilta (Maataloustieteen koulutusohjelma, Helsingin yliopisto) selviää, että alalla sovelletaan biologiaa, kemiaa, fysiikkaa ja taloustiedettä ruoan- ja energiantuotantoon. Opinnoissa tutustutaan muun muassa biotekniikan ja automaation hyödyntämiseen ruoan- ja energiantuotannossa. Metsätieteiden koulutusohjelman sivuilla (Metsätieteiden koulutusohjelma, Helsingin yliopisto) kerrotaan, että opinnoissa käsitellään esimerkiksi ilmastonmuutoksen yhteyttä metsiin, puiden kasvattamista ja jalostamista kestävästi ja tehokkaasti sekä metsäympäristön ja talouden yhteyksiä. Matematiikka I suoritetaan yleensä ensimmäisenä opiskeluvuonna, ja se on suurelle osalle opiskelijoista pakollinen. Kurssin tavoitteena on: ”Oppia analysoimaan matemaattisia riippuvuuksia derivaatan ja integraalin avulla sekä tutustua matriiseihin ja niiden käyttöön yhtälöryhmien ratkaisussa. Kurssilla harjoitellaan sekä laskutekniikkaa, kuten funktioiden derivointia ja integrointia ja matriisien laskutoimituksia, että tekniikoiden sovellutuksia yksinkertaisissa käytännön tilanteissa.” (Matematiikka I kurssisivu, Helsingin yliopisto.)

Matematiikka I -kurssilla opiskelijoiden erilaiset osaamistasot ja vaihtelevat ennakko-oletukset ovat olleet jo pitkään haasteita. Myöskään matematiikan liittäminen opiskelijoiden omaan alaan ei ole onnistunut täysin toivotulla tavalla. Tässä tutkimuksessa tullaan puhumaan heikoista ja hyvistä osaajista, mutta tämä ei kuitenkaan tarkoita sitä, että opiskelijat olisivat oppimiskyvyiltään erilaisia. Kurssin aikana opiskellaan lyhyessä ajassa lukion pitkän matematiikan sisältöjä, joten on selvää, että kurssi on vaikeampi esimerkiksi lyhyttä matematiikkaa lukiossa opiskelleille opiskelijoille. Kurssin vaatimustasoon nähden heikompia osaajia on kurssitoteutuksissa huomioitu esimerkiksi järjestämällä lähtötasotesti sekä tarvittaessa kertausjakso, tukiopetusryhmiä ja mahdollisuus suorittaa helpotettu tentti kurssin lopuksi. Kurssin aikana on järjestetty viikottaisia ohjausryhmiä, joissa kurssin tehtävien tekoon on ollut mahdollista saada apua. Kurssille ei ole kuitenkaan löytynyt täysin toimivaa ja pysyvää järjestelyä. Yhtenä tämän tutkimuksen tarkoituksena oli kerätä aiempaa systemaattisemmin tietoa opiskelijoiden kokemuksista kurssilla ja arvioida opetuksen kehittämistarpeita tutkimuksen tulosten perusteella.

Omat kokemukseni Matematiikka I -kurssin ohjaajana ja opettajana motivoivat tutkimuksen aiheen valintaa. Pro gradu -tutkielman kirjoittamisen aikana osallistuin kurssin kehittämistä koskeviin palavereihin, joissa pyrittiin matemaattis-luonnontieteellisen ja maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan opetushenkilöstön kanssa pohtimaan kurssin opetuksen kehittämistä. Palavereissa hyödynnettiin molempien tiedekuntien erityisosaamista.

Opiskelijoiden kokemuksia tarkasteltiin tässä tutkimuksessa affektiivisten tekijöiden teorian näkökulmasta. Affektiivisten tekijöiden tutkimuksen historiaan perehdyttiin McLeodin (1992) ja Hannulan (2012) metateorioiden avulla. Opiskelijoiden kokemusten kannalta keskeisimmässä asemassa oli kuitenkin Tapian ja Marshin (2004) laatima kysely *Attitudes Toward Mathematics Inventory* (ATMI). Kyselyn perusteella tutkimuksessa tarkasteltaviksi tekijöiksi valikoituivat matematiikkaan liittyvä itsevarmuus ja motivaatio, matematiikka-ahdistus, opiskelun mielekkyys sekä matematiikan arvostus.

Affektiivisia tekijöitä on tärkeä tutkia, koska esimerkiksi itsevarmuuden on havaittu ennustavan suoriutumista etenkin heikkojen osaajien kohdalla jopa paremmin kuin standardoitujen kokeiden ja nykytutkimuksen mukaan matematiikka-ahdistus voi jopa estää oppimista (Ashcraft ja Kirk, 2001, s. 235–236; Goolsby ym., 1988, s. 24–25) Opiskelun mielekkyys ja matematiikan arvostaminen vaikuttavat puolestaan esimerkiksi siihen, halutaanko matematiikkaa vapaaehtoisesti opiskella lukiossa tai jatko-opinnoissa (Middleton ja Spanias, 1999, s. 71; Reyes, 1984, s. 571–572). Motivaatio ohjaa opiskelijan valintoja ja sitä, miten paljon oppimisen eteen ponnistellaan. Toisaalta motivaatio vaikuttaa myös siihen, miten tukea ja ohjausta otetaan vastaan. (Ahonen ym., 2019, s. 129.)

Affektiivisten tekijöiden ja oppimisen yhteyttä tarkasteltaessa esiin nousi myös kyvykkyyskäsityksen ja opiskeluun sitoutumisen määritelmät. Kyvykkyyskäsitys liittyy siihen, miten opiskelija selittää omaa suoriutumistaan. Keskeistä on, kokeeko opiskelija voivansa vaikuttaa omaan oppimiseensa. Jos opiskelija ei koe voivansa harjoittelulla vaikuttaa oppimiseensa, se voi vaikuttaa negatiivisesti haluun opiskella. Ilmiötä kutsutaan opituksi avuttomuudeksi. (Middleton ja Spanias, 1999, s. 71; Reyes, 1984, s. 567–569.) Opiskelijan haluun sitoutua matematiikan opiskeluun vaikuttaa oleellisesti kyvykkyyskäsityksen lisäksi se, onko opiskelijan todellisuudessa mahdollista oppia opetettavat asiat. Opiskelijan oman ajattelun lisäksi on siis tärkeää, että opiskelijan taitotaso ja opetuksen sisältöjen haasteellisuus kohtaavat. (Liljedahl, 2016.) Yliopisto-opintojen alkaessa opiskelijan kyvykkyyskäsitys on usein jo vakiintunut, mutta oikeanlaisella opetuksella opiskelijan ajattelua voidaan kehittää parempaan suuntaan. Toisaalta opetusta kehittämällä voidaan vaikuttaa myös opetuksen sisältöjen ja opiskelijan taitotason kohtaamiseen. (Amit, 1988, s. 129.)

Opiskelijoiden kokemuksien ja oppimisen tarkastelun lisäksi tässä tutkimuksessa perehdyttiin opetuksen kehittämiseen affektiivisten tekijöiden näkökulmasta. Aiemman tutkimuksen (Ahonen ym., 2019, s. 142; Ames, 1992, s. 263; Buxton, 1981, s. 160; Hannula, 2006, s. 175–176) perusteella esimerkiksi opiskelijan aktiivisuus ja oppimisen itseohjautuvuus, tarvittava oppimisen tuki, avoin ja keskusteleva ilmapiiri sekä matematiikan hyödyllisyyden korostaminen ja käytännöllisten esimerkkien tuominen opetukseen ovat keinoja kehittää opetusta.

Tutkimuksen tarkoituksena oli ymmärtää opiskelijoiden kokemuksia kurssilla Matematiikka I ja löytää opetukseen konkreettisia kehitysehdotuksia. Tutkimuksen avulla haluttiin tunnistaa tekijöitä opiskelijoiden itsevarmuuden, matematiikka-ahdistuksen ja motivaation kehittymisen taustalla. Toisaalta haluttiin tunnistaa myös matematiikan arvostukseen ja opiskelun mielekkyyteen vaikuttavia tekijöitä. Vaikuttavia tekijöitä etsittiin muun muassa opiskelijoiden osaamistasosta ja kurssin järjestelyistä. Tutkimuksen taustateoriaa esitellään tarkemmin luvussa 2. Täsmällinen tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset esitellään luvussa 3. Kurssiin Matematiikka I tutustutaan luvussa 3 ja tutkimuksen aineistonkeruu- ja analyysimenetelmiin luvussa 4. Tutkimustulokset esitellään luvussa 6. Luvussa 7 tarkastellaan tutkimuksen luotettavuutta. Luvussa 8 esitellään tutkimustuloksiin liittyvät johtopäätökset ja pohdinta. Lopuksi luvussa 9 esitellään konkreettisia kehitysehdotuksia kurssin seuraaviin toteutuksiin.

Luku 2

Teoreettinen tausta

Tässä luvussa esitellään tutkimuksen taustateoria. Koska matematiikan opiskelu rakentuu kumulatiivisesti (Joutsenlahti ym., 2018, s. 57) ja affektiiviset tekijät kehittyvät pitkällä aikavälillä (Reyes, 1984, s. 558–559), luvussa keskitytään osittain kuvaamaan matematiikan opiskelua myös peruskoulussa ja toisella asteella.

Alaluvussa 2.1 käsitellään affektiivisten tekijöiden tutkimuksen historiaa. Sitä lähestytään McLeodin (1992) ja Hannulan (2012) metateorioiden avulla. Kumpikin on kehittänyt omat mallinsa, joilla havainnollistetaan affektiivisten tekijöiden erilaisia ulottuvuuksia. Alaluvussa 2.2 syvennytään affektiivisiin tekijöihin Tapian ja Marshin (2004) kehittämän ATMI-kyselyn taustalla olevan jaottelun kautta. Alaluvussa tarkasteltavia osa-alueita ovat itsevarmuus, matematiikka-ahdistus, motivaatio sekä matematiikan mielekkyys ja arvostus. Alaluvussa tutustutaan osa-alueiden määritelmiin affektiivisten tekijöiden tutkimuksessa ja lisäksi tarkastellaan niiden yhteyksiä McLeodin (1992) ja Hannulan (2012) tutkimuksiin.

Alaluvussa 2.3 perehdytään siihen, miten affektiivisten tekijöiden ajatellaan kytkeytyvän oppimiseen. Erityisesti itsevarmuuden ja motivaation vaikutusta oppimiseen selitetään kyvykkyyskäsityksellä (Reyes, 1984, s. 567–569). Opiskeluun sitoutumisen määritelmän ja flow-käsitteen kautta tarkastellaan puolestaan matematiikan mielekkyyden ja matematiikka-ahdistuksen suhdetta oppimiseen (Liljedahl, 2016). Alaluvussa tuodaan esiin myös matematiikan arvostuksen mahdollinen rooli oppimisprosessissa.

Alaluvussa 2.4 esitellään opetuksen keinoja, joilla affektiivisten tekijöiden kehitykseen voidaan vaikuttaa. Alaluvussa 2.5 on esitelty monimenetelmätutkimuksen hyötyjä affektiivisten tekijöiden tutkimuksessa sekä käytössä olleita kvantitatiivisia ja kvalitatiivisia tutkimusmetodeja. Tässä alaluvussa kerrotaan tarkemmin myös Tapian ja Marshin (2004) kehittämästä affektiivisia tekijöitä mittaavasta ATMI-kyselystä.

2.1 Affektiivisten tekijöiden tutkimuksen historiaa

Affektiivisten tekijöiden tutkimuksessa on käytetty monenlaisia teorioita, ja niiden pohjalta voi olla mahdotonta rakentaa täysin yhtenäistä teoriakehystä. Kaikkia käsitteitä ei ole tarkasti pystytty määrittelemään, ja niitä käytetään erilaisissa yhteyksissä. Yhdenmukaisempi teoriakehys on kuitenkin tarpeen, jotta keskustelu eri teorioiden välillä olisi mahdollista (Hannula, 2012, s. 140). Muun muassa McLeod (1992) ja Hannula (2012) ovat tutkineet affektiivisten tekijöiden teorioita ja luoneet niistä omat metateoriansa. Metateoriat yhdistävät, erottelevat ja kontekstualisoivat muita teorioita (Edwards, 2008, s. 63).

McLeodin (1992) tutkimus matematiikkaan liittyvien affektiivisten tekijöiden saralla on iso askel tutkimuskentällä. McLeod on pyrkinyt kehittämään teoriaa siten, että se sopisi johdonmukaisesti kognitiivisesti suuntautuneeseen tutkimuskenttään. Hänen kehittämänsä metateoria antaa kattavan kuvan affektiivisiin tekijöihin liittyvän teorian tilasta 1990-luvun alussa. (Hannula, 2012, s. 138.) McLeod (1992) on jakanut affektiiviset tekijät kolmeen osa-alueeseen: uskomuksiin, asenteisiin ja tunteisiin.

Taulukko 2.1: Affektiivisten tekijöiden jako kolmeen osa-alueeseen.

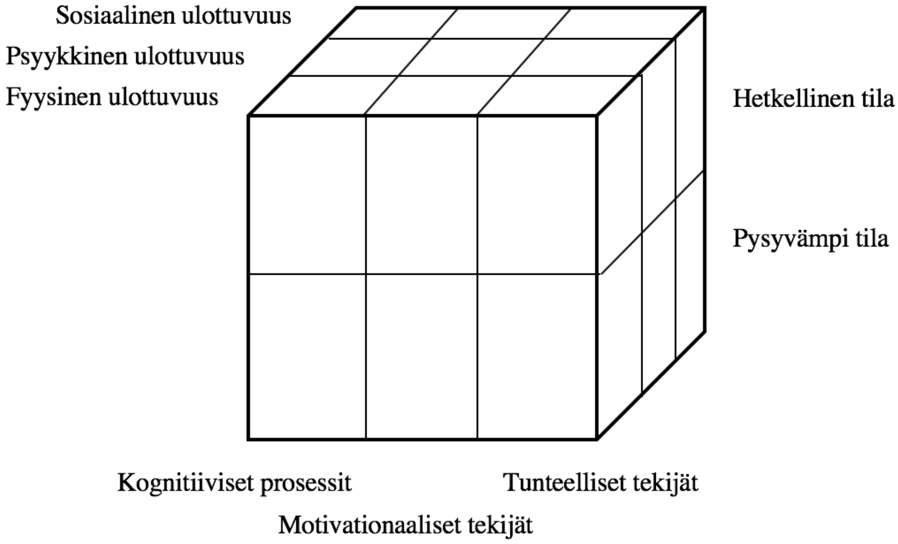
	Esimerkkejä
Uskomukset	Oppiminen on kilpailutilanne Matematiikka perustuu sääntöihin Olen kyvykäs ratkaisemaan matemaattisia ongelmia Opetus on opettajan yksinpuhelua
Asenteet	Pidän ongelmanratkaisusta En pidä geometriasta
Tunteet	Matematiikka saa minut turhautumaan Nautin uusien ongelmien ratkaisemisesta

Kuten taulukosta 2.1 käy ilmi, opiskelijoilla on uskomuksia matematiikasta oppiaineena ja itsestään matematiikan opiskelijana. Uskomuksia on myös matematiikan opetuksesta ja tilanteista, joissa matematiikkaa opitaan. Uskomukset luovat pohjan erilaisten tunteellisten tekijöiden kehittymiselle. Pysyvämmät asenteet ovat voineet kehittyä esimerkiksi toistuvista positiivisista tai negatiivisista tunnepitoisista reaktioista matematiikkaa kohtaan. Asenne voi syntyä myös siten, että olemassa oleva ennakkoasenne liitetään uuteen, mutta aiempaan liittyvään aihealueeseen. Teoriassa on ollut puutteita sen osalta, miten tunteet voitaisiin tulkita osaksi matematiikan oppimista. Tähän voi olla syynä se, että tunteita on vaikeaa mitata tarkasti. (McLeod, 1992, s. 579–283.) Esimerkiksi Buxton

(1981, 14–16) kuitenkin pohtii kirjassaan *Do you panic about maths?* päättelemisen ja tunteiden välistä yhteyttä. Hän on tutkinut erityisesti matematiikkaan liittyvää ahdistuksen tunnetta ja nostaa esiin Skempin (1979) mallin tavoitejohtoisesta toiminnasta. Mallin mukaisesti tavoitetta kohti eteneminen herättää erilaisia tunteita, jotka voivat toimia linkkinä kognitiiviseen toimintaan.

DeBellis ja Goldin (2006) lisäävät McLeodin (1992) affektiivisten tekijöiden kolmeen osa-alueeseen neljäntenä arvostuksen. Heidän määritelmänsä mukaan arvostus sisältää eettisyyden ja moraalin. Se viittaa yksilön mielipiteeseen, ja sitä seuraavaan sitoutumiseen oppimista kohtaan. Arvostus ohjaa valintoja pidemmällä aikavälillä ja prioriteettejä lyhyellä aikavälillä. (DeBellis ja Goldin, 2006, s. 135.)

Hannula (2012) on täydentänyt teoriaa affektiivista tekijöistä ja tutkinut kehitystä 1990-luvulta lähtien. Hän on kehittänyt affektiivisista tekijöistä kolmiulotteisen mallin (kuva 2.1). Ensimmäinen ulottuvuus sisältää varsinaiset affektiiviset tekijät, joihin sisältyy kolme osa-aluetta: tunteelliset ja motivationaaliset tekijät sekä kognitiiviset prosessit. Kognitiiviset prosessit käsittelevät ajattelua sekä tietoa itsestä ja ympäristöstä. Tunteellisiin tekijöihin kuuluu McLeodinkin (1992) mainitsemat asenteet, uskomukset ja tunteet. Motivationaalisiin tekijöihin sisältyy sekä DeBelliksen ja Goldinin (2006) määrittelemä arvostus että aiempaan verraten uusi käsite motivaatio. Kaksi muuta ulottuvuutta käsittelevät affektiivisten tekijöiden erilaisia ominaisuuksia. Pysyvyys on oma ulottuvuutensa, sillä esimerkiksi uskomukset, tunteet ja motivaatio voivat esiintyä tietyssä hetkessä tai pysyvämpänä tilana. Kolmannen ulottuvuuden muodostaa ihmisen fyysiseen, psyykkiseen ja sosiaaliseen olemukseen liittyvät erilaiset tutkimusperinteet. Luokkahuoneessa tai muussa opetusympäristössä voi olla esimerkiksi normeja (sosiaalinen ulottuvuus), jotka ohjaavat käytöstä (psyykkinen ulottuvuus), mikä voi näkyä esimerkiksi hermostollisina muutoksina aivoissa (fyysinen ulottuvuus). (Hannula, 2012, s. 144–145.)



Kuva 2.1: Affektiivisten tekijöiden kolmiulotteinen malli (Hannula, 2012, s. 144).

Esitellyt metateoriat antavat yleiskuvan affektiivisiin tekijöihin liittyvästä tutkimuksesta. Tämän lisäksi matematiikan opetukseen liittyen on olemassa muitakin tutkimuskohteita, joita voisi kutsua affektiiviisiin tekijöihin sisältyviksi miniteorioiksi. Nämä miniteoriat suhteutuvat edellä esitettyyn jakoon eri tavoilla ja täydentävät kuvaa affektiivisista tekijöistä. (McLeod, 1992, s. 583–586.) Hannulan (2012) ja McLeodin (1992) metateoriat muodostavat tämän tutkimuksen perustan, mutta opiskelijoiden kokemuksien tarkastelussa on hyödynnetty myös muita yksityiskohtaisempia määritelmiä, joihin paneudutaan seuraavissa alaluvuissa.

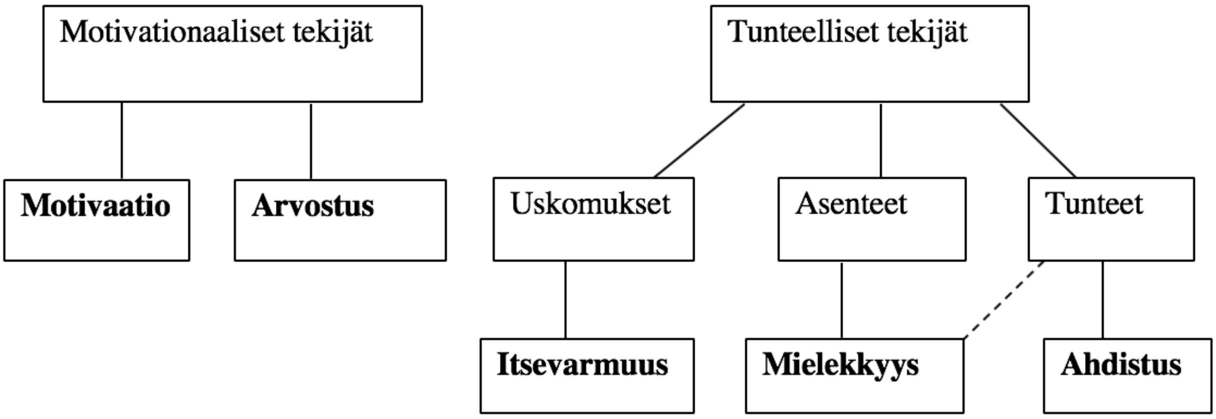
2.2 Affektiivisten tekijöiden jaottelu Tapian ja Marshin (2004) mukaan

Tapia ja Marsh (2004) ovat jakaneet affektiiviset tekijät Hannulan (2012) ja McLeodin (1992) määritelmiä pienempiin alakategorioihin, jotka ovat itsevarmuus *(self-confidence)*, motivaatio *(motivation)*, matematiikan arvostus *(perceived usefulness, value)* ja mielekkyys *(enjoyment)*. Itsevarmuuteen sisältyy oleellisesti myös matematiikka-ahdistus *(mathematics anxiety)*. Alakategorioita ei voida täysin yksiselitteisesti liittää tai verrata aiemmin esiteltyihin malleihin, sillä käsitteitä on tutkimuksen historiassa käytetty hieman erilaisissa yhteyksissä, ja niiden määritelmistä ei ole oltu yhtä mieltä. Osa-alueet pyrittiin kuitenkin täsmällisesti määrittelemään, sillä ne ovat tutkimuksessa käytetyn Tapian ja Marhsin (2004) luoman mittarin kannalta keskeisiä.

Tapian ja Marshin (2004) määrittelemä itsevarmuus sisältää myös pystyvyysuskon *(self-efficacy)* käsitteen. Sekä pystyvyysuskon että itsevarmuuden käsitteitä onkin käytetty kuvaamaan opiskelijan uskomusta kyvyistään oppia matematiikkaa. Pystyvyysuskon käsite näyttäisi kuitenkin olleen viime vuosina itsevarmuutta yleisempi (Pajares ja Miller, 1994, s. 194). Tässä tutkimuksessa käytetään termiä itsevarmuus, mutta sillä tarkoitetaan siis myös matematiikkaan liittyvää pystyvyysuskoa.

Mielekkyyden suomennos ei välttättämättä täysin vastaa merkitykseltään englanninkielistä termiä *enjoyment*. Suomenkieliset käännökset ”nautinto” ja ”mielihyvä” eivät sävyiltään palvele tarkoitustaan tässä kontekstissa. Mielekkyys valittiin siitä syystä, että se kuvasi englanninkielisen termin määritelmää parhaiten. Kyse on siitä, millaisia ajatuksia opiskelija liittää matematiikan opiskeluun. Mielekkyyden osa-alue kuvaa tässä kontekstissa esimerkiksi, onko opiskelu tylsää ja pitkäveteistä vai aidosti ilahduttavaa ja kiinnostavaa.

Tapian ja Marshin (2004) määrittelemät affektiivisten tekijöiden osa-alueet pyrittiin sijoittamaan Hannulan (2012) ja McLeodin (1992) metateorioihin (kuva 2.2). McLeod (1992) on esittänyt, että matematiikan opiskelijan uskomuksiin itsestään liittyy oleellisesti itsevarmuuden käsite. Toisaalta hän on maininnut matematiikka-ahdistuksen käsitellessään opiskeluun liittyviä tunteita. Mielekkyyden ajatellaan tässä tutkimuksessa sisältyvän McLeodin (1992) määrittelemiin asenteisiin, sillä sekä opiskelun mielekkyys että asenteet liittyvät oleellisesti siihen, herättääkö matematiikan opiskelu positiivisia vai negatiivisia tunnereaktioita. Mielekkyys liittyy joltain osin siis myös matematiikan opiskelun herättämiin tunteisiin. Hannula (2012) on määritellyt motivationaaliset tekijät siten, että niihin kuuluu sekä motivaatio että arvostus.



Kuva 2.2: Tapian ja Marshin (2004) määrittelemien affektiivisten tekijöiden suhde McLeodin (1992) ja Hannulan (2012) metateorioihin.

Seuraavaksi esitellään tarkemmin Tapian ja Marshin (2004) nimeämiä ja tämän tutkimuksen kannalta keskeisimpiä affektiivisten tekijöiden osa-alueita sekä pohditaan niiden merkityksiä matematiikan opetuksen kontekstissa.

Itsevarmuus

Itsevarmuus liittyy siihen, miten opiskelija uskoo pystyvänsä omaksumaan uusia matematiikan aiheita ja suoriutumaan erilaisissa oppimis- ja opetustilanteissa (Reyes, 1984, s. 559). Itsevarmuus voi ohjata sitä, mitä opiskelija tekee tai millaisessa ympäristössä hän viettää aikaa. Opiskelija välttää tilanteita, joista hän ei usko selviävänsä. Opiskelijan valinnat vaikuttavat elämänkulkuun ja henkilökohtaiseen kehitykseen.

Eniten itsevarmuuteen näyttäisi vaikuttavan henkilökohtaiset onnistumisen kokemukset. Myös itsensä kaltaisten opiskelijoiden onnistumiset voivat vaikuttaa uskomuksiin itsestä positiivisesti. Ympäristöstä saatu kannustus, rohkaisu ja positiivinen palaute on tärkeää. Epäonnistumiset voivat puolestaan heikentää käsitystä omasta osaamisesta, etenkin jos opiskelija on epävarma taidoistaan. Myös sosiaaliset normit ja ennakkoluulot voivat vaikuttaa itsevarmuuteen heikentävästi. (Bandura, 2010, s. 2–8.)

Kuten jo johdannossa lyhyesti esitettiin, etenkin heikompien osaajien kohdalla puuttuva itsevarmuus omista kyvyistä saattaisi ennustaa suoriutumista jopa paremmin kuin standardisoidut kokeet (Goolsby ym. 1988, s. 24–25). Näyttää siltä, että itsevarmuuden merkitys lisääntyy, kun opiskelija vanhenee (Hannula ym., 2014).

Matematiikka-ahdistus

Opiskelija voi yhdistää itsevarmuuteen erilaisia tunteita. Stressi ja jännittäminen voidaan nähdä ennustavana tekijänä epäonnistumiselle. Uskomus omasta kyvykkyydestä vaikuttaa siihen, miten paljon stressiä opiskelija kokee vaikeassa tilanteessa. Opiskelija, joka ei usko selviytyvänsä haasteesta, voi kokea voimakastakin ahdistusta. (Bandura, 2010, s. 2–6.)

Ahdistuksen on havaittu olevan yhteydessä heikompaan suoritukseen matematiikassa. Se voi vaikuttaa suoritukseen esimerkiksi aiheuttamalla matematiikan välttämistä, jolloin ahdistuksesta kärsivän opiskelijan osaaminen kärsii pitkällä aikavälillä. Nykytutkimuksen mukaan ahdistus voi vaikuttaa suoritukseen myös suoraan heikentämällä hetkellisesti työmuistin kapasiteettia. Ahdistus voi näkyä suoritushetkellä harhailevina ajatuksina ja keskittymisen puutteena. (Ashcraft ja Kirk, 2001, s. 235–236.)

Matematiikka-ahdistus on melko yleistä opiskelijoilla myös yliopistossa. Ahdistus voi estää opiskelijaa läpäisemästä matematiikan peruskursseja tai valitsemasta soveltavampia kursseja. (Richardson ja Suinn, 1972, s. 551–552.) Matematiikka-ahdistus vaikuttaa olevan yliopistossa yleisempää niillä, joiden lähtötaso on riittämätön (Betz, 1978, s. 446).

Mielekkyys

Matematiikan mielekkyys tarkoittaa matematiikkaan liittyviä positiivisia tunnereaktioita. Tunne voi olla hetkellinen tai kohtalaisen pysyvä. (McLeod, 1992, s. 581.) Mielekkyys kuvaa sitä, miten paljon opiskelija pitää matematiikan parissa työskentelystä ja matematiikan oppitunneista (Marsh ja Tapia, 2004).

Matematiikan eri aihealueisiin voi kohdistua erilaisia tuntemuksia. Myös erilaiset opetustavat voivat vaikuttaa siihen, kuinka mielekkääksi opiskelija kokee opiskelun. Esimerkiksi tietokoneen käyttö tai pienryhmätyöskentely voivat jakaa mielipiteitä. On havaittu, että matematiikan mielekkyys voi huonontua opiskelijan ikääntyessä. Sekä tylsistyminen että matematiikan kokeminen liian vaikeana voivat vaikuttaa opiskelun mielekkyyteen. (McLeod, 1992, s. 581–582.)

Matematiikasta pitämisen on havaittu olevan yhteydessä parempaan suoritukseen. Matematiikkaa tulisi opettaa mielenkiintoisella ja kiinnostavalla tavalla erityisesti silloin, kun se tuntuu vaikealta. (Ma, 1997, s. 228.) Opetukseen panostaminen on tärkeää, sillä opiskelun mielekkyys vaikuttaa merkittävästi siihen, halutaanko matematiikkaa opiskella vapaaehtoisesti esimerkiksi lukiossa tai jatko-opinnoissa (Middleton ja Spanias, 1999, s. 71).

Arvostus

Arvostus kuvaa opiskelijoiden ajatuksia matematiikan hyödyllisyydestä, merkityksellisyydestä ja tarpeellisuudesta (Tapia ja Marsh, 2004). Opiskelijat ymmärtävät matematiikan hyödyllisyyden eri tavoilla. Kokemus hyödyllisyydestä voi liittyä elämään nyt tai tarpeisiin tulevaisuudessa. (Reyes, 1984, s. 571–572.)

Arvostuksella ei näytä olevan kovin tiivistä suhdetta siihen, miten mielekkääksi opiskelu koetaan tai kuinka vaikealta se tuntuu (Ma, 1997, s. 228). Moni opiskelee lukiossa matematiikkaa, jos se koetaan tulevien opintojen ja uran kannalta tärkeäksi. Jos matematiikkaa ei koeta tarpeelliseksi, sitä opiskellaan usein vain pakollinen minimimäärä. Tämä saattaa rajata opiskelijan mahdollisuuksia tulevaisuudessa. (Reyes, 1984, s. 571–572.) On havaittu, että usein opiskelijat, jotka kokevat voivansa pärjätä matematiikassa, arvostavat ainetta enemmän. Tällaisilla opiskelijoilla voi lähtökohtaisesti olla jatko-opinto- ja urasuunnitelmissa matemaattisempia aloja. (Middleton ja Spanias, 1999, s. 67.)

Opiskelija arvioi opiskelun hyödyllisyyttä laajojen opintokokonaisuuksien lisäksi yksittäisten tehtävien perusteella *(task value)*. Tämä tarkoittaa sitä, että opiskelijan toimintaa ohjaa subjektiivinen arvioi kunkin tehtävän hyödystä. (Meece ym., 1982, s. 334; Reyes, 1984, s. 571.)

Motivaatio

Motivaatio rakentuu kiinnostuksesta, toiminnasta ja uskomuksista liittyen opiskelijan omiin kykyihin. Suoritus ja siitä saatu palaute muokkaavat opiskelijan käsitystä itsestään oppijana. Aiempien kokemusten pohjalta opiskelija liittää suoritukseen ennakoivia odotuksia onnistumisesta tai epäonnistumisesta, mikä ohjaa valintoja ja kiinnostuksen kohdentumista. Opiskelijan kiinnostus ja valinnat puolestaan ohjaavat toimintaa, millä tarkoitetaan sitä, mihin keskitytään, miten paljon ponnistellaan ja miten tukea tai ohjausta otetaan vastaan. (Ahonen ym. 2019, s. 129.) Motivaatio voi yhdistyä myös tunteisiin, joita toiminta herättää. Epäonnistuminen voi aiheuttaa esimerkiksi surua ja vihaa, mitä jatkossa halutaan välttää. (Hannula, 2006, s. 166–167.)

Itseohjautuvuusteoria *(self-determination theory)* korostaa motivaation rakentumista ulkoisista ja sisäisistä tekijöistä. Sisäisen motivaation kannalta on tärkeää, että opiskelija kokee toiminnan itselleen tärkeäksi ja kiinnostavaksi. Sisäisen motivaation aikaansaama toiminta onkin usein vapaaehtoista. Myös ulkoinen motivaatio voi olla hyvin sisäistettyä, ja sen vaikutus opiskelijan toimintaan lähes tiedostamatonta. Ulkoiseen motivaatioon liittyvää toimintaa voi kuitenkin ohjata myös esimerkiksi syyllisyyden tunne tai pelko pettymysten tuottamisesta. (Ryan ja Deci, 2017, s. 14–15.)

Sisäisen motivaation syntyminen vaatii yleensä matematiikan kokemista jollain tapaa mielekkääksi oppiaineeksi. Opiskelija kaipaa myös oikean tasoisia haasteita ja ajatuksen siitä, että niistä on mahdollista suoriutua onnistuneesti. (Middleton ja Spanias, 1999, s. 67.) Ulkoinen motivaatio puolestaan usein vaatii matematiikan käyttömahdollisuuksien ja hyödyllisyyden ymmärtämistä opiskelijan omassa elämässä (Singh ym., 2002, s. 330–331).

On havaittu, että osaaminen kouluvuosien alussa rakentaa pohjan motivaatiolle. Varhaisten opintojen aikana muodostunut motivaatio ohjaa harjoittelua ja taitojen kehittymistä myöhemmin. Motivaation ja osaamisen suhde näyttäisi kuitenkin vanhemmalla iällä olevan vastavuoroinen. (Joutsenlahti ym., 2018, s. 61.)

2.3 Kyvykkyyskäsitys ja opiskeluun sitoutuminen

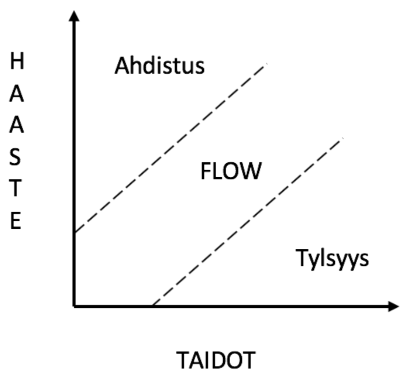
Itsevarmuuden ja motivaation vaikutusta matematiikan oppimiseen on selitetty esimerkiksi kyvykkyyskäsityksen *(attribution theory)* avulla. Kyvykkyyskäsitys tarkoittaa sitä, miten opiskelija selittää onnistumistaan tai epäonnistumistaan matematiikkaan liittyvissä tehtävissä. (Reyes, 1984, s. 567.)

Kyvykkyyskäsitys voi vaikuttaa siihen, millaisia tavoitteita opiskelija asettaa itselleen ja oppimiselleen (Ahonen ym., 2019, s. 130–133). Se voi vaikuttaa myös siihen, miten toisilta saatuun palautteeseen reagoidaan tai koetaanko suoriutumisesta häpeää vai ylpeyttä (Weiner, 1972, s. 213–214). Kyvykkyyskäsitykseen voivat vaikuttaa esimerkiksi aiempi menestys, totutut työskentelytavat ja sosiaaliset normit (Weiner, 1972, s. 211–212). Myös opettaja voi tiedostamattaan vaikuttaa opiskelijan ajatteluun (Middleton ja Spanias, 1999, s. 72). Kun opiskelija pääsee yliopistoon, kyvykkyyskäsitys on yleensä jo vakiintunut (Amit, 1988, s. 129).

Osa opiskelijoista näkee kyvykkyyden muuttumattomana ominaisuutena. Erityisesti opiskelijat, joilla on heikko itsevarmuus, saattavat uskoa epäonnistumisen johtuvan omasta puutteellisesta kyvykkyydestään. (Bandura, 2010, s. 3–4.) Tämä voi johtaa avuttomuuteen, haasteiden välttelyyn ja kielteisiin tunnekokemuksiin (Ahonen ym., 2019, s. 130–133). Opitusta avuttomuudesta *(learned helplessness)* kärsivät opiskelijat eivät yleensä usko, että voisivat ahkeralla työskentelyllä parantaa suoritustaan (Weiner, 1972, s. 210). Epäonnistumisen uskotaan toistuvan tulevaisuudessakin. Tämä vaikuttaa motivaatioon, ja suoriutumisen eteen ei viitsitä tehdä töitä. (Reyes, 1984, s. 568–569.) Opitusta avuttomuudesta kärsivät opiskelijat usein suoriutuvat etenkin haastavammista tehtävistä jopa omia kykyjään heikommin (Middleton ja Spanias, 1999, s. 71).

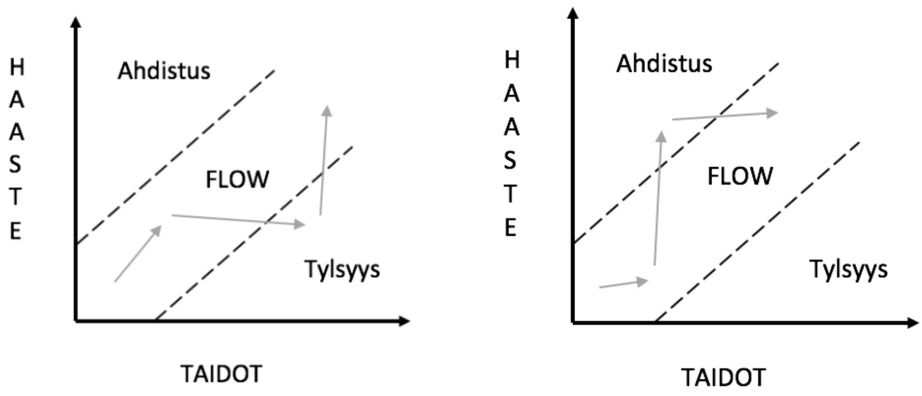
Usein vahva itsevarmuus yhdistyy siihen, että onnistuminen nähdään ahkeran harjoittelun tuloksena. Opiskelija kokee hallitsevansa omaa oppimistaan ja on valmis tekemään sen eteen töitä, eikä pelkää haasteita. Osaamattomuuden tunne kohdistuu tehtäviin, eikä omiin kykyihin, jolloin epäonnistumisen kokemus ei vaikuta yhtä negatiivisesti opiskelijan uskomuksiin itsestään. (Ahonen ym., 2019, s. 130–133.) Itsevarmuutta tukee myös ajatus siitä, että virheet ovat hyväksyttävä osa oppimista eikä epäonnistumista tarvitse pelätä (Middleton ja Spanias, 1999, s. 70; viitattu lähteeseen Kloosterman, 1988). Opiskelija, joka selittää epäonnistumistaan liian vähäisellä vaivannäöllä saattaa jopa motivoitua epäonnistumisesta ja jatkossa suoriutua paremmin vastaavanlaisista tehtävistä. (Reyes, 1984, s. 568–569.) On havaittu, että yleensä matemaattisten alojen opiskelijat selittävät oppimista ahkeran harjoittelun tuloksena (Amit, 1988, s. 129).

Oppiminen voidaan nähdä myös dynaamisena prosessina, jossa tehtävän haasteellisuuden ja opiskelijan taitotason kohtaaminen vaikuttavat opiskelijan haluun sitoutua oppimiseen *(engagement)*. Tavoiteltavaa tilaa kuvataan flow-käsitteellä (kuva 2.3), jolla viitataan tehtävän haasteellisuuden ja opiskelijan taitotason riittävään kohtaamiseen. (Liljedahl, 2016.)



Kuva 2.3: Haasteiden ja taitotason vaikutus opiskeluun (Liljedahl, 2016).

Liian vaativat tehtävät voivat saada opiskelijan ahdistumaan, mutta liian helpot tehtävät voivat aiheuttaa tylsistymistä. Flow-käsite selittää siis matematiikka-ahdistuksen ja opiskelun mielekkyyden yhteyttä oppimiseen. Jos opetus ja opiskelijan taitotaso eivät kohtaa, opetusta pitäisi pystyä muokkaamaan opiskelijalle sopivammaksi. (Liljedahl, 2016.) Oppimisen ja opetuksen dynaamista suhdetta havainnollistetaan kuvassa 2.4.



Kuva 2.4: Oppimisen flow-tilaan vaikuttaminen opetusta muokkaamalla (Liljedahl, 2016).

Kuten alaluvussa 2.2 kuvattiin, arvostus voi ohjata opiskelijan valintoja ja siten oppimista opiskelun mielekkyydestä ja vaikeudesta huolimatta (Ma, 1997, s. 228). Näyttää siis siltä, että sillä on flow-käsitteestä irrallinen vaikutus opiskeluun sitoutumiseen. Arvostuksen vaikutus oppimiseen voi selittyä sillä, että oppimisen eteen ollaan valmiita näkemään vaivaa, koska oppiminen tuntuu hyödylliseltä. (Reyes, 1984, s. 571–572.) Toisaalta arvostus näyttäisi liittyvän läheisesti myös erityisesti ulkoiseen motivaatioon. (Singh ym., 2002, s. 330–331).

2.4 Opetuksen merkitys affektiivisten tekijöiden kehittymisessä

Oikeanlaisella opetuksella on mahdollista vaikuttaa opiskelijan kyvykkyyskäsitykseen, joka liittyy oleellisesti opiskelijan itsevarmuuteen ja motivaatioon (Ahonen ym., 2019, s. 130–133; Bandura, 2010, s. 3–4; Middleton ja Spanias, 1999, s. 71). Toisaalta opetuksella voidaan lisätä myös opiskeluun sitoutumista tuomalla opetuksen haasteellisuutta lähemmäs opiskelijan taitotasoa. Tämä vaikuttaa oleellisesti myös opiskelun mielekkyyteen. (Liljedahl, 2016.) Erityisesti heikommilla osaajilla, jotka kärsivät huonosta itsevarmuudesta ja matematiikka-ahdistuksesta, kognitiivisten taitojen kehittämisen rinnalla on tärkeää huomioida oppimistilanteeseen liittyvät tunnekokemukset (Buxton, 1981, s. 11–16). Opettajalla on mahdollisuus myös tietoa välittämällä vaikuttaa siihen, miten hyvin opiskelijat ymmärtävät matematiikan merkityksen, hyödyllisyyden ja tarvittavan osaamisen eri aloilla. Tämä voi vaikuttaa merkittävästi vapaaehtoisten matematiikan opintojen määrään (Reyes 1984, s. 571–572.)

Affektiiviset tekijät liittyvät siis kurssien sisältöihin sekä opetusmateriaaleihin ja käytettyihin opetusmetodeihin. Tässä alaluvussa esitellään sellaisia opetuksen keinoja, joilla on mahdollista vaikuttaa oppimiseen liittyviin affektiivisiin tekijöihin.

Opiskelijan aktiivisuuden ja matematiikan kumulatiivisuuden merkitys

Kyvykkyyskäsityksen kannalta opetuksessa olisi tärkeää korostaa ahkeran harjoittelun merkitystä (Ahonen ym., 2019, s. 130–133). Opiskelijan tunnetta oman oppimisensa hallinnasta on mahdollista parantaa aktiivisen oppimisen menetelmällä. Sen tavoitteena on saada opiskelija ymmärtämään, että hän voi itse vaikuttaa omaan oppimisprosessiinsa. (Hannula, 2006, s. 175–176.)

Aktiivisen oppimisen tarkoituksena on, että opiskelija hyödyntää olemassa olevaa osaamistaan ja ottaa ohjauksen avulla tarvittavan harppauksen kohti uuden asian oppimista. Tehtävänratkaisuprosessin painottaminen oikean ratkaisun sijaan on tärkeää. (Nohda, 2000, s. 5–7.) Tämä tukee virheiden roolin ymmärtämistä osana oppimisprosessia ja ehkäisee epäonnistumisen negatiivista vaikutusta itsevarmuuteen (Middleton ja Spanias, 1999, s. 70; viitattu lähteeseen Kloosterman, 1988).

Aktiivisen oppimisen yhtenä keskeisenä periaatteena on, että matematiikan osaaminen rakentuu kumulatiivisesti siten, että uusien taitojen oppiminen vaatii aiempien taitojen hyvää hallintaa (Joutsenlahti ym., 2018, s. 57). Opetuksen pitäisi myös kannustaa opiskelijaa toteuttamaan osaamistaan rohkeasti omalla tasollaan, mikä on tärkeää myös opiskeluun sitoutumisen kannalta (Liljedahl, 2016; Nohda, 2000, s. 4–12). Esimerkiksi Tampereen teknillisen yliopiston (TTY) ja Aalto-yliopiston matematiikan opetuksen tavoitteena on ollut mahdollisimman varhaisessa vaiheessa tunnistaa opiskelijoiden osaamisen lähtötaso sekä huomioida erilaiset oppijat ja tarpeet (Joutsenlahti ym., 2018, s. 454–455).

Perusasioiden opetukseen näyttäisi sopivan erityisesti opettajajohtoinen opetus, joka sisältää paljon toistoja. Tiedon kertaamiseen ja syventämiseen puolestaan sopivat erilaiset opiskelijalähtöiset opetuksen muodot ja ryhmässä oppiminen. (Ahonen ym. 2019, s. 79–80.) Ryhmätyöskentely voi toisaalta mahdollistaa myös opiskelijoiden erilaisen osaamistason hyödyntämisen (Chiel ym., 2010, s. 248).

On havaittu, että tietokoneen käyttö voi mahdollistaa aktiivista oppimista (Thompson ym., 2010, s. 282). Tietokoneen automaattinen ja välitön palaute ohjaavat oppimisprosessia siten, että opiskelija voi huomata ja korjata itse omat virheensä.

Tietokone mahdollistaa myös tehtävien satunnaistamisen. Satunnaiset tehtävät voivat vähentää tehtävien toisilta kopiointia ja ohjaavat opiskelijoiden välistä keskustelua rakentavampaan suuntaan, kuten yleisten ratkaisuperiaatteiden pohtimiseen. Tietokoneella harjoittelu soveltuu hyvin perusasioiden opetteluun ja laskurutiinin parantamiseen. Tietokoneen automatisaation hyödyntäminen perustehtävissä lisäksi vapauttaa aikaa ja resursseja toteuttaa vaikeampien aiheiden opetusta monipuolisena lähiopetuksena. (Joutsenlahti ym., 2018, s. 464–465.) Tietokonetta voi opetuksessa hyödyntää myös luomalla dynaamisia visualisointeja sekä toteuttamalla eriliaisia reaalimaailmaa mallintavia simulaatioita opittavista aiheista (Joutsenlahti ym., 2018, s. 470). Luonnontieteissä erilaisten simulaattorien käytön opetuksessa on todettu vaikuttavan opiskelijan motivaatioon, innostumiseen ja käsitteellisen ymmärryksen syventymiseen (Portaankorva ym., 2019, s. 157–204).

Oppimisprosessiin liittyvien tunteiden huomioiminen

Osa ihmisistä kertoo kokeneensa nuorempana ahdistusta ja epävarmuutta matematiikassa, mutta ei ole voinut ilmaista sitä oppimistilanteessa. Vaikka tunteita ei monissa sosiaalisissa tilanteissa näytetä, se ei tarkoita, että niitä ei koeta. Opetustilanteessa pitäisi olla yhtä tärkeää keskittyä siihen, mitä opiskelija tuntee kuin mitä hän ajattelee, vaikka matematiikka usein nähdäänkin vahvasti kognitiivisena oppiaineena. Ihmiset nimittäin usein muistavat tunteensa koulumatematiikkaa kohtaan paremmin kuin varsinaiset sisällöt. (Buxton, 1981, s. 11–16.)

Jos opiskelijan kokemaa ahdistusta onnistutaan opetuksen avulla vähentämään, sillä voi olla suuri merkitys oppimisen kannalta (Buxton, 1981, s. 160). Esimerkiksi opiskelijoiden väärien uskomusten korjaaminen ja itsevarmuuden parantaminen ovat tarjonneet helpostusta ahdistuksen kokemukseen. Myös stressinhallintakeinojen ja rentoutumismenetelmien opettelusta on ollut hyötyä. (Hembree, 1990, s. 42–43.)

Kurssin laaja sisältö ja suuri tehtävämäärä voivat aiheuttaa opiskelijalle riittämättömyyttä ja hallinnan tunteen puutetta. On tärkeää ilmaista opiskelijalle, että hän ei ole yksin ongelmiensa kanssa, vaan ohjausta ja tukea oppimiseen on saatavilla. Opettaja voi esimerkiksi pilkkoa tehtäviä mahdollisilta tuntuviin osiin. Osaamisen arvioinnin jakaminen tasaisemmin koko kurssin ajalle pelkän loppukokeen sijaan voi lisätä oppimiseen liittyvää hallinnan tunnetta etenkin heikommilla osaajilla. (Ahonen ym., 2019, s. 142; Joutsenlahti ym., 2018, s. 465.)

Opettajan innostuneisuus ja myönteisyys voivat helpottaa opiskelijaa säätelemään omia tunteitaan. Opettaja ei saa vähätellä opiskelijan vaikeuksia, vaan opiskeluun liittyvistä tunteista täytyy keskustella avoimesti, jotta häpeä ei nouse esteeksi omien kokemusten jakamiselle ja suhtautumisen muuttumiselle. Erityisesti vertaistuki voi auttaa tunteiden säätelyssä. (Ahonen ym., 2019, s. 142.)

Matematiikan merkityksen ymmärtäminen eri aloilla

Kuten alaluvussa 2.2 esitettiin, matematiikkaa opiskellaan erityisesti silloin, kun se tuntuu opintojen ja tulevan uran kannalta tärkeältä. Tästä syystä on tärkeää, että opiskelijalla on realistinen käsitys matematiikan hyödyistä ja käyttömahdollisuuksista eri aloilla. (Reyes, 1984, s. 571–572.) Eri tieteenalojen ja matematiikan yhdistäminen ei kuitenkaan aina toimi toivotulla tavalla, sillä matematiikalla ei ole kaikkiin tieteenaloihin liittyen samanlaista pitkää historiaa kuin esimerkiksi fysiikassa ja insinööritieteissä (May, 2004, s. 790–793). Yliopiston osastojen välinen yhteistyö ja riittävä aika kehittämistyölle olisi tärkeää, jotta eri tieteenalojen väliset kuilut pienenisivät. Tämä on keskeistä, jotta tulevien sukupolvien osaaminen olisi oikealla tasolla. (Feser ym., 2013, s. 127.)

Eri aloihin kuuluvilla matematiikan kursseilla olisi kannattavaa mahdollisuuksien mukaan hyödyntää eri alan osaajien järjestämää yhteisopetusta, jos yhden opettajan osaaminen ei riitä kattamaan usean tieteenalan osaamista (Chiel ym., 2010, s. 248). Apua uusien käytännönläheisten ja soveltavien tehtävien laadintaan voi saada esimerkiksi matemaattisen mallintamisen tutkimuksesta (Nohda, 2000, s. 13–14). Matemaattisen mallintamisen oppiminen antaa valmiuksia toimia työelämässä ja parantaa matematiikan merkityksen ymmärrystä teollisuudessa ja yhteiskunnassa (Joutsenlahti ym., 2018, s. 470). Esimerkiksi Marylandin yliopistossa on suunniteltu oppimisen verkkoalusta *The MathBench Biology Modules*, jossa opiskellaan matematiikkaa biologian prosessien näkökulmasta. Biologit Malcolm Cambell ja Chris Paradise ovat puolestaan yhdessä matemaatikko Laurie Heyerin kanssa luoneet biologian teemoja matemaattisesti lähestyvän oppikirjan *Integrating Concepts in Biology*. Sekä verkkoalustaa että oppikirjaa käyttäneet opiskelijat ymmärsivät verrokkejaan paremmin matematiikan merkityksen biologiassa. (Barsoum ym., 2013, s. 106–114; Thompson ym., 2010, s. 277–282.)

2.5 Affektiivisten tekijöiden tutkimusmenetelmiä

Matematiikan opetuksen tutkimuksessa ja kehittämisessä ollaan usein kiinnostuneita erityisesti kognitiivisten toimintojen vahvistamisesta. Affektiiviset tekijät ovat kuitenkin opetuksessa ja oppimisessa jatkuvasti läsnä. (McLeod, 1992, s. 575, 590.) On tärkeää, että on menetelmiä, joilla voidaan tutkia affektiivisten tekijöiden vaikutusta matematiikan opiskeluun ja oppimiseen (Fennema ja Sherman, 1976). Etenkin osaamista, uskomuksia ja asenteita on mahdollista tutkia perinteisillä kvantitatiivisilla keinoillla. Kvalitatiivinen tutkimus voisi kuitenkin lisätä ymmärrystä affektiivisten tekijöiden vaikutuksista. (Dwyer, 1993, s. 4.) Affektiivisten tekijöiden tutkimusta on myös kritisoitu painottumisesta kvantitatiivisiin kyselyihin (McLeod, 1992, s. 576).

Kvalitatiivisia ja kvantitatiivisia tutkimusmenetelmiä, lähtökohtia ja käsitteitä voi yhdistää samaan tutkimukseen hyödyntämällä monimenetelmätutkimuksen *(mixed methods)* periaatteita. Monimenetelmätutkimuksen tarkoituksena on kannustaa tutkijoita valitsemaan tutkimusmetodeja vapaammin omaan tutkimusasetelmaansa sopivaksi. Se on vaihtoehto vastakkainasettelulle opetuksen tutkimuksessa. Tavoitteena on mahdollisiman kattava vastaus tutkimuskysymykseen. Yleensä monimenetelmätutkimus pystyy tarjoamaan monipuolisemman ja yksityiskohtaisemman tulokulman kuin pelkkä perinteinen kvalitatiivinen tai kvantitatiivinen tutkimus. (Johnson ja Onwuegbuzie, 2004, s. 14–17.)

Jotta tutkimusmenetelmiä voisi yhdistää luotettavasti, tutkijan on tunnettava sekä kvantitatiivisen että kvalitatiivisen tutkimuksen vahvuudet. Kvantitatiivinen tutkimus tarjoaa usein täsmällisiä, teoriaan perustuvia mittareita ja tarkkaa tilastollista analyysiä. Kvalilatiivinen tutkimus puolestaan lähestyy aineistoa tutkijan näkökulmasta sekä pyrkii selittämään ja ymmärtämään sitä syvällisesti. Tutkija voi esimerkiksi kerätä laadullista aineistoa haastattelemalla ja lisäksi käyttää taustateoriaan pohjautuvaa täsmällistä kvantitatiivista mittaria johtopäätösten teon tukena. Jos tulokset ovat yhteneviä, johtopäätöksistä voidaan olla varmempia. Jos taas tulokset ovat ristiriitaisia, se lisää tutkijan ymmärrystä aiheesta ja mahdollistaa ristiriidat huomioivien tulkintojen tekemisen. (Johnson ja Onwuegbuzie, 2004, s. 14–17.)

2.5.1 Kvantitatiiviset kyselyt

Fennema ja Sherman (1976) ovat kehittäneet kvantitatiivisen kyselyn *Fennema-Sherman Mathematics Attitude Scales* (FSMAS). Kyselyn tarkoituksena on muun muassa saada lisätietoa muuttujista, jotka vaikuttavat yksilön oppimiseen ja kurssivalintoihin matematiikassa. Kyselyssä on yhteensä yhdeksän eri osa-aluetta, jotka mittaavat opiskelijan itsevarmuutta, matematiikka-ahdistusta, motivaatiota, matematiikan arvostusta, asenteita matematiikassa menestymistä kohtaan, matematiikan näkemistä miesvaltaisena alana sekä äidin, isän ja opettajan vaikutusta opiskelijaan. (Fennema ja Sherman, 1976.)

Tapian ja Marshin (2004) mukaan FSMAS-kysely on selvästi käytetyin affektiivisten tekijöiden tutkimukseen liittyvä työkalu. He ovat kuitenkin havainneet tarpeen työkalulle, joka olisi uudempi, lyhyempi ja rakenteeltaan yksinkertaisempi. Työkalun pitäisi lisäksi kuvata nykyisten tieteellisten vaatimusten mukaisesti erilaisten affektiivisten tekijöiden suhdetta kurssivalintoihin, suoriutumiseen, saavutuksiin sekä kognitiivisiin prosesseihin. Tarpeiden pohjalta Tapia (1996) on kehittänyt kvantitatiivisen kyselyn *Attitudes Toward Mathematics Inventory* (ATMI). Hän on käyttänyt kyselyn kehittämisen taustalla kuutta osa-aluetta, jotka ovat matematiikan arvostus, matematiikka-ahdistus, motivaatio, itsevarmuus, matematiikan mielekkyys sekä vanhempien ja opettajan vaikutus opiskelijaan. Näitä kuutta osa-aluetta ovat tutkimuksissaan käyttäneet myös Melancon ym. (1994) sekä Mulhern ja Rae (1998).

Tapia ja Marsh (2004) teettivät ATMI-kyselyn 545:lle toisen asteen opiskelijalle Yhdysvalloissa tutkiakseen sitä tarkemmin. Analyysin perusteella kyselystä kehitettiin lopullinen versio, jossa on 40 kysymystä. Kysymysten taustalla on neljä osa-aluetta: itsevarmuus (15 kysymystä), matematiikan arvostus (10 kysymystä), matematiikan mielekkyys (10 kysymystä) ja motivaatio (5 kysymystä). Itsevarmuus-osio mittaa myös matematiikasta koettua ahdistusta. (Tapia ja Marsh, 2004.)

Koska ATMI-kysely luotiin tutkimalla lukioikäisiä opiskelijoita, Tapia ja Marsh (2002) ovat tutkineet kyselyn soveltumista myös yliopisto-opiskelijoille. Analyysissä tutkittiin 134:n opiskelijan vastauksia kyselyyn osavaltion yliopistossa Yhdysvalloissa. Opiskelijat olivat iältään 17–34 vuotiaita. Analyysin perusteella todettiin, että kysely voidaan luotettavasti teettää myös tämän ikäisille opiskelijoille.

2.5.2 Kvalitatiiviset menetelmät

Kun halutaan tietää tarkemmin opiskelijan ajattelusta tai toiminnasta, niistä kannattaa kysyä opiskelijalta itseltään. Kvalitatiivisen eli laadullisen tutkimuksen aineistonkeruumenetelmiä voivat olla esimerkiksi kyselylomakkeet, haastattelut ja havainnointi. Kyselyt voivat olla suljettuja, puoliavoimia tai avoimia. Havainnoinnin avulla voidaan täydentää muita tutkimusmenetelmiä. Havainnointi voi antaa lisätietoa siitä, miten tutkimuksessa esiin nousseet ilmiöt kytkeytyvät tutkimustilanteeseen. Havainnointi voi myös paljastaa esimerkiksi muiden menetelmien aineistossa olevia ristiriitoja, jotka voivat johtua tutkittavan paineista vastata normeihin sopivalla tavalla. Osallistuvassa havainnoinnissa tutkija on aktiivisessa vuorovaikutuksessa tiedonantajien kanssa. (Tuomi ja Sarajärvi, 2018, s. 87–95.)

Kirjallisessa muodossa olevaa materiaalia voidaan tutkia systemaattisesti sisällönanalyysillä, joka on kvalitatiivisen tutkimuksen analyysimenetelmä. Sillä pyritään muodostamaan tutkittavasta ilmiöstä sanallisesti mahdollisimman kokonaisvaltainen ja tiivis kuvaus. Sisällönanalyysillä voidaan ymmärtää tutkittavaa ilmiötä ja jäsentää tulosten johtopäätöksiä. Sisällönanalyysiä voidaan tehdä aineistolähtöisesti tai teoriaohjaavasti. Aineistolähtöisessä sisällönanalyysissä edetään kerätystä aineistosta kohti yleisempien teoreettisten käsitteiden muodostamista. Teorialähtöisessä sisällönanalyysissä puolestaan analysoidaan aineistoa pohjateorian käsitteiden ohjaamana. Teoriaohjaavasta sisällönanalyysistä puhutaan, kun yhdistellään edellä mainittuja periaatteita. Sisällön erittelyllä eli aineiston kvantifioinnilla voidaan kuvata laadullisen aineiston sisältöä kvantitatiivisesti. Aineistoa kvantifioimalla voidaan saada selville aineistoa kuvaavia lukumääriä. Parhaaseen tulokseen päästään yleensä yhdistämällä sisällönanalyysiä ja -erittelyä. Ne voivat joko tukea toisiaan tai paljastaa ristiriitaisuuksia. (Tuomi ja Sarajärvi, 2018, s. 117–128.)

Luku 3

Tutkimustehtävä ja tutkimuskysymykset

Tutkimuksen taustateorian perusteella voidaan todeta, että affektiiviset tekijät ovat merkittävässä roolissa oppimisen kannalta. Ne liittyvät sekä oppilaiden yksilöllisiin ominaisuuksiin ja kokemuksiin että opetukseen. Aiemmissa tutkimuksissa on havaittu, että eri alojen opiskelijoilla on erilaisia ajatuksia ja kokemuksia matematiikan opiskelusta. Näin ollen affektiivisten tekijöiden huomioiminen matematiikan opetuksessa on erityisen tärkeää ei-matemaattisilla aloilla. (May, 2004, s. 790–793.)

Tämän tutkimuksen tarkoituksena oli kerätä tietoa opiskelijoiden kokemuksista kurssilla Matematiikka I, joka järjestetään maatalous-metsätieteellisessä tiedekunnassa. Kurssin sisältöjä ja opetusta on pyritty kehittämään, mutta tietyt ongelmat ovat olleet vaikeita ratkaista. Opiskelijat ovat matematiikan osaamistasoiltaan hyvin erilaisia. Toisaalta myös affektiivisissa tekijöissä on havaittu eroja ja matematiikan liittäminen opiskelijoiden omaan alaan on ollut haasteellista.

Opiskelijoiden kokemuksia lähestyttiin affektiivisten tekijöiden näkökulmasta. Tutkimuksessa tarkasteltiin opiskelijoiden itsevarmuuden, motivaation, opiskelun mielekkyyden ja matematiikan arvostuksen kehittymistä kurssin Matematiikka I aikana. Itsevarmuuden yhteydessä tarkasteltiin myös opiskelijoiden kokemaa matematiikka-ahdistusta. Yhtenä keskeisenä tavoitteena oli selvittää tiedekunnan opiskelijoiden matematiikan osaamiserojen vaikutusta affektiivisten tekijöiden kehittymiseen kurssin aikana. Osaamiserojen lisäksi myös muita selittäviä tekijöitä pyrittiin tunnistamaan.

Kuten taustateoriassa todettiin, opiskelijoiden aiemmat opinnot ovat vaikuttaneet mainittujen affektiivisten tekijöiden kehittymiseen. Tässä tutkimuksessa keskityttiin kuitenkin tarkastelemaan affektiivisten tekijöiden muutosta kurssin Matematiikka I aikana, minkä toivottiin lisäävän ymmärrystä siitä, miten vielä yliopistossa voitaisi vaikuttaa opiskelijoiden kokemuksiin matematiikan opiskelusta. Tulosten toivottiin tarjoavan kurssille konkreettisia kehitysehdotuksia.

Keskeisimmäksi tutkimusvälineeksi valikoitui Tapian ja Marshin (2004) laatima opiskelijoiden itsevarmuutta, motivaatiota, arvostusta ja mielekkyyttä tarkasteleva ATMI-kysely. Kysely suomennettiin ennen sen käyttöä, joten tutkimuksen teossa oli arvioitava suomennoksen onnistumista. Alla on esitetty tutkimuksen täsmälliset tutkimuskysymykset.

1. Onko suomennetun ATMI-kyselyn luotettavuus hyvä, ja sopiiko se aineistoon?

2. Muuttuuko opiskelijoiden itsevarmuus, motivaatio, matematiikan arvostus tai mielekkyys kurssin Matematiikka I -kurssin aikana?

3. Mitkä tekijät selittävät mahdollista muutosta?

    (a) Selittääkö opiskelijan osaamistaso tai kurssilla tehtyjen tehtävien määrä kurssin aikana affektiivisissa tekijöissä tapahtunutta muutosta?

    (b) Miten kurssijärjestelyt ovat vaikuttaneet opiskelijoiden kokemukseen affektiivisista tekijöistä?

    (c) Löytyykö muutokselle muita syitä?

Luku 4

Matematiikka I -kurssi

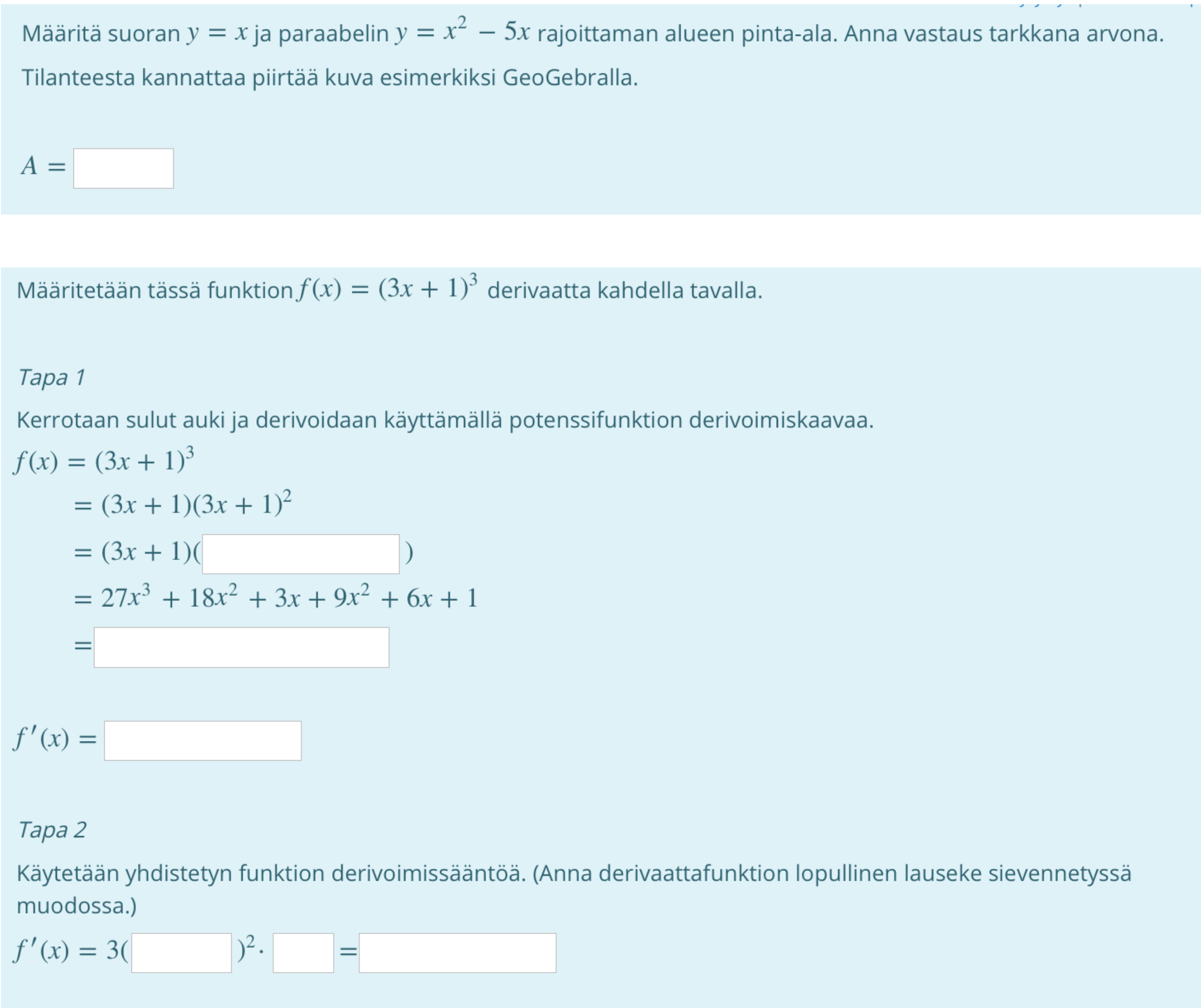
Kurssia Matematiikka I on järjestetty erilaisilla tavoilla. Yhden opetusperiodin mittaisella kurssilla on kokeiltu esimerkiksi alkutaitotestiä, kertausjaksoa ja tukiopetusryhmää. Kurssin opetus on myös vaihdellut vapaamuotoisesta ohjauksesta opiskelijoiden omiin kurssitehtävien esittelyihin. Tämän tutkimuksen aineisto kerättiin syksyn 2019 kurssitoteutuksen aikana, jolloin kurssin rakennetta ja opetusta pyrittiin kehittämään erilaisin keinoin. Tässä luvussa eritellään lyhyesti, miten aineistona toiminut Matematiikka I -kurssi toteutettiin.

Syksyllä 2019 kurssin toteutusta suunniteltiin yhdessä uuden opettajan ja kahden matemaattis-luonnontieteellisen tiedekunnan tutkijan kanssa. Kurssilla päätettiin järjestää lähtötasotesti (liite 1) ja kertausjakso ennen varsinaisen kurssin alkua lukuvuoden toisessa opetusperiodissa. Testi koostui STACK-tehtävistä, ja se tehtiin sähköisellä Moodle-alustalla. Testin suorittamista ei valvottu. Testissä oli 20 tehtävää, jotka sisälsivät peruslaskutoimituksia ja laskusääntöjä, lausekkeiden sieventämistä, yhtälönratkaisua ja yhtälön kuvaajia, funktioita, geometriaa sekä trigonometriaa.

Alkutaitotestin perusteella noin 30 prosenttia kurssin opiskelijoista ohjattiin kurssia edeltäneelle kertausjaksolle. Kertausjakso kesti kaksi viikkoa ja ohjattua harjoittelua oli yhteensä kahdeksan tuntia. Ohjaajia oli paikalla kaksi. Kertausjakson tehtävät liittyivät alkutaitotestin aiheiden harjoitteluun. Tehtäväpaketteja oli neljä ja ne oli palautettava ratkaistuina Moodleen ennen varsinaisen kurssin alkua.

Osa syksyn 2019 kurssitoteutusta oli sähköisten STACK-tehtävien kehittäminen. Sähköiset tehtävät eivät kuitenkaan ehtineet käytettäviksi vielä kertausjaksolle. Varsinaisen kurssin tehtävät koostuivat STACK-tehtävistä ja hieman soveltavammista kirjallisista tehtävistä. Sähköisiin tehtäviin kuului automaattinen ja välitön palaute siitä, onko tehtävä oikein. Joissain tapauksissa tietokone antoi opiskelijan suoritusta ohjaavaa palautetta, mikäli vastaus ei ollut oikein. Suurin osa tehtävistä oli myös satunnaistettuja. Maatalous- ja metsätieteiden alaan liittyviä tehtäviä ja esimerkkejä oli tarkoitus tuoda kurssille aiempaa enemmän, mutta aikaa niiden kehittämiseen ei juurikaan jäänyt.

Vapaaehtoisista ohjaustilaisuuksista sai apua tehtävien tekoon. Ohjausta järjestettiin yhteensä 10 tuntia viikossa. Ohjaustilaisuuksissa oli avoin ja keskusteleva ilmapiiri. Avun pyytämiseen sekä virheiden tekoon suhtauduttiin hyväksyvästi. Myös luennoilla käsiteltiin yhteisesti viikon aiheita. Tehtävät palautettiin viikoittain Moodleen, minkä jälkeen niistä julkaistiin mallivastaukset. Tehtäväpaketteja oli kurssin aikana yhteensä kuusi. Kuvissa 4.1 ja 4.2 on esimerkkejä kurssin tehtävistä.



Kuva 4.1: Esimerkkejä kurssin STACK-tehtävistä.

3. Suotuisissa oloissa ravintoliuoksessa olevien bakteerien lukumäärän lisäys on lyhyellä aikavälillä suoraan verrannollinen aikavälin pituuteen ja bakteerien lukumäärään aikavälin alkuhetkellä. Bakteerien lukumäärä ajan funktiona $N(t)$ saadaan siten yhtälöstä

$$N(t) = N_0 e^{kt}$$

missä N_0 on bakteerien lukumäärä alkuhetkellä $t = 0$ ja k on vakio.

Ravintoliuoksesta otetussa näytteessä todettiin olevan bakteereita 100 kpl/mm^3 ja kaksi tuntia myöhemmin 300 kpl/mm^3.

(a) Kuinka paljon bakteereja oli neljän tunnin kuluttua?

(b) Milloin bakteerien lukumäärä ylittää lukeman 100 000 kpl/mm^3?

3. Myyntiin tuli yksittäinen erä uutta lannoitetta, ja Jaakko halusi ostaa sitä varastoon. Kauppias antoi ostetun määrän mukaan alennusta siten, että yhdelle tonnille tuli hinnaksi $100 + \frac{50}{x}$ euroa, missä x:llä merkitään ostetun lannoitteen määrää tonneina. Lisäksi lannoitteen varastoinnista syntyi kuluja kaikkiaan $\frac{x^2}{320}$ euroa tonnia kohti (kun laskettiin sekä tarvittavan tilan koon että varastointiajan vaikutus). Tässä x niin ikään merkitsee ostetun lannoitteen määrää tonneina.

(a) Määritä funktio, joka kuvaa yhteiskustannuksien riippuvuutta lannoitteen määrästä. Mikä on funktion määrittelyjoukko? Derivoi funktio.

(b) Jatkoa edelliseen tehtävään. Etsi lannoitteen määrä x, jolla kustannukset ovat pienimmät mahdolliset.

Kuva 4.2: Esimerkkejä kurssin kirjallisista tehtävistä.

Syksyn 2019 kurssin toteutusta kehitettiin siten, että viikoittaisten tehtävien tekemisen merkitystä painotettiin aiempaa enemmän. Opiskelijoiden arvosana määräytyi taulukon 4.1 mukaisesti kurssin aikana tehtyjen tehtävien määrän perusteella. Jotta kurssin saattoi suorittaa tehtäviä tekemällä, tehtävistä täytyi viikoittain tehdä vähintään puolet. Kurssin sai kuitenkin suorittaa myös perinteiseen tapaan tenttimällä, jolloin kurssin aikana tehtyjen tehtävien määrä ei vaikuttanut arvosanaan.

Taulukko 4.1: Kurssin arvosanan määräytyminen tehtyjen tehtävien perusteella.

Tehdyt tehtävät	Arvosana
< 50 %	0
50 %	1
60 %	2
70 %	3
80 %	4
90 %	5

Kurssin opettaja halusi kuitenkin varmistua siitä, että opiskelijat saavuttavat kurssilla toivotun osaamisen vähimmäistason. Tämän vuoksi myös opiskelijoille, jotka suorittivat kurssin tehtäviä tekemällä, järjestettiin kurssin lopuksi koe. Helpotetun kokeen (liite 2) oli tarkoitus mitata vain kurssin perusasioiden osaamista ja siitä julkaistiin etukäteen harjoittelua ohjaava esimerkkiversio (liite 3). Viikoittaisten tehtävien teon lisäksi opiskelijan tuli saada loppukokeesta hyväksytty pistemäärä, jotta kurssin saattoi läpäistä.

Kurssille oli ilmoittautunut yhteensä 253 opiskelijaa. Yhteensä 153 opiskelijaa suoritti kurssin tehtäviä tekemällä ja perusasioita mittaavaan loppukokeeseen osallistumalla. Vain 15 opiskelijaa suoritti kurssin perinteiseen tapaan tenttimällä. Lukujen perusteella näyttää siltä, että 85 kurssille ilmoittautuneista opiskelijoista ei osallistunut kumpaankaan tenttiin. He ovat voineet osallistua uusintatenttiin tai siirtää kurssin suorituksen myöhemmäksi.

Luku 5

Tutkimuksen toteutus

Tutkimuksessa hyödynnettiin monimenetelmätutkimuksen käytänteitä. Kvantitatiivisen ja kvalitatiivisen tutkimuksen yhdistelmän toivottiin tarjoavan syvällisemmän kuvan affektiivisista tekijöistä ja opiskelijoiden kokemuksista kurssilla (Dwyer, 1993, s. 4; Johnson ja Onwuegbuzie, 2004, s. 14–17). Kvantitatiivisen aineiston avulla tutkittiin numeerisesti kurssin aikana tapahtuneita muutoksia affektiivisissa tekijöissä sekä opiskelijoiden suoriutumista kurssilla. Kvalitatiivisen aineiston avulla kerättiin opiskelijoiden omin sanoin kirjoittamia ajatuksia ja kokemuksia opiskelusta kurssilla sekä kurssin vaikutuksista affektiivisiin tekijöihin.

5.1 Aineistonkeruu

Opiskelijoiden lähtötason mittarina on käytetty alkutaitotestiä. Alkutaitotestin yhteydessä opiskelijoille teetettiin sähköisellä Moodle-alustalla toteutettu suomennos Tapian ja Marshin (2004) ATMI-kyselystä (liite 4). Kyselyn avulla tutkittiin opiskelijoiden itsevarmuutta, motivaatiota, opiskelun mielekkyyttä ja matematiikan arvostusta kurssin alussa. Itsevarmuusosioon sisältyi myös matematiikka-ahdistus. Kyselyssä oli 40 väittämää, joihin vastattiin Likertin asteikolla. Suurin osa väittämistä oli sävyltään positiivisia, mutta osa väittämistä oli käänteisiä. Kyselyyn vastasi yhteensä 109 opiskelijaa. Alla on esitetty esimerkkejä väittämistä.

Itsevarmuus

> Aivoni tyhjenevät, enkä pysty ajattelemaan selkeästi, kun työskentelen matematiikan parissa.
>
> Oletan suoriutuvani melko hyvin kaikista matematiikan kursseista, joita käyn.

Motivaatio

Haluaisin välttää matematiikan käyttöä tulevissa opinnoissa ja työssäni.

Olen halukas opiskelemaan matematiikkaa enemmänkin kuin vain pakollisen määrän.

Arvostus

Vahva matematiikan osaaminen voisi auttaa minua työelämässä.

Matematiikan kursseista on paljon hyötyä riippumatta siitä, mitä aion opiskella ja tehdä työkseni tulevaisuudessa.

Mielekkyys

Matematiikka on tylsää ja pitkäveteistä.

Tykkään ratkoa uusia matemaattisia ongelmia.

Helpotettu tentti valittiin tutkimuksessa loppuosaamisen mittariksi, koska suurin osa opiskelijoista suoritti kurssin juuri tehtäviä tekemällä ja kurssin perusasioita mittaavalla helpotetulla tentillä. Kurssityöskentelyn mittarina käytettiin kurssin aikana tehtyjen tehtävien määrää.

Lopputentin jälkeen opiskelijoille teetettiin suomennettu ATMI-kysely uudestaan. Kyselyn yhteydessä esitettiin opiskelijoiden kokemuksia kartoittavia avoimia kysymyksiä. Kysymysten avulla selvitettiin opiskelijoiden omia kokemuksia siitä, miten affektiiviset tekijät olivat kehittyneet kurssilla. Myös opiskelijoiden kokemusta oman osaamistasonsa kehittymisestä selvitettiin. Matematiikka-ahdistus liittyy ATMI-kyselyssä itsevarmuusosioon, mutta avoimissa kysymyksissä se nostettiin omaksi osa-alueekseen. Tämän toivottiin lisäävän tietoa siitä, onko ATMI-kyselyn itsevarmuusosio mitannut luotettavasti myös matematiikka-ahdistuksen kokemusta. Alla on esitetty avoimet kysymykset, joilla tietoa kerättiin.

Koetko itsevarmuutesi matematiikassa suoriutumisen suhteen muuttuneen kurssin aikana? Minkä uskoisit olevan syynä?

Koitko kurssin aikana matematiikkaan kohdistuvaa ahdistusta? Mikä aiheutti ahdistusta, ja mitä siitä seurasi?

Koetko kiinnostuksesi ja halusi opiskella matematiikkaa muuttuneen kurssin aikana? Minkä uskot olevan syynä?

> Muuttiko kurssi käsitystäsi matematiikan hyödyllisyydestä ja tarpeellisuudesta elämässäsi nyt ja tulevaisuudessa? Mikä tähän voisi olla syynä?
>
> Vaikuttiko kurssi ajatuksiisi matematiikan opiskelun mielekkyydestä? Miten?
>
> Koetko matematiikan osaamisesi kehittyneen kurssin aikana? Minkä uskot olevan tähän syynä?

Vastauksia loppukyselyyn ja avoimiin kysymyksiin saatiin yhteensä 96, joista 40 vastasi ATMI-kyselyyn myös kurssin alussa. Kyselyyn vastaamisesta sai sekä kurssin alussa että lopussa yhden lisäpisteen kurssille. Lisäpisteet vaikuttivat kurssiarvosanaan tehtävien tavoin korottavasti.

5.2 Analyysimenetelmät

Analyysimenetelmät valittiin aineiston ja tutkimuskysymysten perusteella. Aineistot anonymisoitiin ennen niiden analyysia. Alku- ja loppukyselyn sekä avointen kysymysten vastaukset yhdistettiin toisiinsa käyttäen yksilöllistä avainta tunnisteena. Tulosten analyysissä käytettiin SPSS- ja Excel-ohjelmistoja.

5.2.1 Kvantitatiivinen analyysi

Tässä tutkimuksessa kvantitatiivinen analyysi koostui ATMI-kyselyn numeerisesta analyysistä. ATMI-kyselyn kustakin osa-alueesta laskettiin Tapian ja Marshin (2004) ohjeiden mukaisesti summamuuttujat. Summamuuttujilla kuvattiin osa-alueiden väittämien muodostamaa summaa. Osa väittämistä oli käänteisiä, joten niiden arvo piti muuntaa ennen summamuuttujien laskemista.

ATMI-kyselyn luotettavuutta tutkittiin sekä alku- (n=109) että loppukyselyyn (n=96) vastanneiden opiskelijoiden aineistoilla, vaikka niiden otokset olivatkin toisistaan voimakkaasti riippuvaisia ja tulokset niiden suhteen olivat oletettavasti samanlaisia. Tarkastelulla haluttiin kuitenkin varmistua siitä, että sekä kurssin alussa että lopussa kysely on toiminut toivotulla tavalla.

ATMI-kyselyn luotettavuutta on analysoitu Cronbachin alpha -kertoimien ja Pearsonin korrelaatiokertoimien avulla. Cronbachin alpha -kertoimia tarkasteltiin sekä osa-alueittain että kysymyskohtaisesti. Kysymyskohtaiset kertoimet kuvaavat kunkin kysymyksen vaikutusta osa-alueen luotettavuuteen. Osa-aluekohtaiset kertoimet kuvaavat puolestaan kunkin osion vaikutusta kyselyn luotettavuuteen. Tutkimuskirjallisuudessa on määritelty, että yli 0,70 oleva Cronbachin alpha -kerroin kertoo hyvästä luotettavuudesta. (Tavakol ja Dennick, 2011.)

Pearsonin korreaatiokertoimet kuvaavat kahden muuttujan välistä lineaarista riippuvuutta. Korrelaatiokertoimien avulla analysoitiin kyselyn osa-alueiden yhteyksiä toisiinsa. Pearsonin korrelaatiokertoimien r kuvaaman kahden muuttujan välisen riippuvuuden voimakkuus on määritelty tutkimuskirjallisuudessa seuraavasti: erittäin vahva positiivinen korrelaatio $r \geq 0{,}7$, voimakas positiivinen korrelaatio $r \geq 0{,}4$ ja kohtalainen positiivinen korrelaatio $r \geq 0{,}2$ (Heikkilä, 1998, s. 90–91).

ATMI-kyselyn osa-alueissa kurssin aikana tapahtuneita muutoksia tutkittiin niiden 40 opiskelijan otoksella, jotka vastasivat kyselyyn sekä kurssin alussa että lopussa. Näin pystyttiin tutkimaan muutosta täsmällisemmin henkilökohtaisella tasolla. Osa-alueiden summamuuttujien keskiarvoissa tapahtuneita muutoksia tutkittiin kahden riippuvaisen otoksen pareittaisella t-testillä. Testin avulla selvitettiin, onko otoksen opiskelijoiden itsevarmuus, motivaatio, opiskelun mielekkyys tai matematiikan arvostus muuttunut loppukyselyssä tilastollisesti merkitsevästi verrattuna alkukyselyyn. (Heikkilä, 1998, s. 224–230.)

Opiskelijan osaamistason yhteyttä ATMI-kyselyn osa-alueissa tapahtuneeseen muutokseen tutkittiin regressioanalyysilla. Alkutaitotestin ja loppukokeen pistemäärää sekä kurssin aikana tehtyjen tehtävien määrää käytettiin selittävänä tekijänä kurssin aikana summamuuttujissa tapahtuneille muutoksille. (Heikkilä, 1998, s. 236–238.) Ennen analyysia kuitenkin selvitettiin, onko otokseen valikoitunut osaamistasoltaan kattavasti koko kurssia edustava joukko. Otoksen opiskelijoiden suoriutumista alkutaitotestissä tutkittiin kertausjaksolle ohjattujen opiskelijoiden osuuden perusteella. Loppuosaamista tarkasteltiin puolestaan perusasioita mittaavan loppukokeen läpäisseiden määrän avulla. Myös kurssin aikana tehtyjen tehtävien keskiarvo selvitettiin, ja sitä verrattin kaikkien kurssin tehtäviä tekemällä suorittaneiden keskiarvoon.

5.2.2 Kvalitatiivinen analyysi

Tutkimuksen kvalitatiivinen analyysi rakentui loppukyselyn yhteydessä esitettyjen avointen kysymysten tarkastelusta. Myös kvalitatiivista analyysiä tehtiin niiden 40 henkilön otoksella, jotka vastasivat ATMI-kyselyyn sekä kurssin alussa että lopussa. Näin oli mahdollista verrata otoksen kvalitatiivisia ja kvantitatiivisia tuloksia keskenään. Kvalitatiivista analyysia tehtiin sisällönerittelyä ja -analyysiä käyttäen (Tuomi ja Sarajärvi, 2018, s. 117–128). Tulosten analyysin tukena käytettiin myös osallistuvaa havainnointia (Tuomi ja Sarajärvi, 2018, s. 95). Havainnoinnin mahdollisti toiminta kurssin ohjaajan roolissa sekä osallistuminen kurssin kehittämispalavereihin. Havainnoijan rooliin ei kuulunut opetusjärjestelyistä päättäminen tai kurssin opettaminen. Ohjaajan roolissa pystyttiin neutraalisti keskustelemaan opiskelijoiden kanssa heidän kokemuksistaan, mikä syvensi käsitystä kurssilla opiskelusta.

Affektiivisissa tekijöissä kurssin aikana tapahtuneita muutoksia tutkittiin avointen kysymysten sisällönerittelyn avulla. Vastaukset luokiteltiin sen perusteella, kokiko opiskelija muutosta tapahtuneen kurssin aikana ja oliko muutos tapahtunut huonompaan vai parempaan suuntaan.

Muutoksiin vaikuttaneita syitä pyrittiin tunnistamaan sisällönanalyysillä. Sisällönanalyysiä tehtiin aineistolähtöisesti siten, että avointen kysymysten vastauksista edettiin kohti yleisempien teoreettisten käsitteiden muodostamista. Avointen kysymysten vastaukset pelkistettiin ja listattiin sisällönerittelyssä syntyneiden luokkien alle. Tämän jälkeen ilmauksista etsittiin samankaltaisuuksia ja eroavaisuuksia. Samaa tarkoittavat ilmaukset yhdistettiin ja niistä luotiin ryhmiä. Lopulta ryhmistä muodostettiin selkeitä käsitteitä, jotka selittivät affektiivisten tekijöiden muutosta kurssin aikana.

Sisällönerittelyn ja -analyysin avulla havainnollistettiin myös matematiikka-ahdistusta kokeneiden opiskelijoiden määrää, ja siihen vaikuttaneita syitä. Itsevarmuuteen ja ahdistukseen vaikuttaneita tekijöitä verrattiin keskenään, jotta voitiin arvioida, onko ATMI-kyselyn itsevarmuusosio tarjonnut riittävästi tietoa myös ahdistuksen kokemuksesta kurssilla.

Opiskelijoiden omaa kokemusta osaamistasonsa kehittymisestä kurssin aikana selvitettiin siihen liittyvän kysymyksen sisällönanalyysillä ja -erittelyllä. Sisällönerittelyllä selvitettiin, kuinka moni opiskelija koki osaamisensa parantuneen, pysyneen ennallaan tai huonontuneen kurssin aikana. Sisällönanalyysillä selvitettiin osaamisen kehittymiseen vaikuttaneita tekijöitä.

Luku 6

Tutkimustulokset ja niiden tulkintaa

Tässä luvussa esitetään tutkimuksen tuloksia. Tulokset on jaettu osiin tutkimuskysymysten perusteella. Alaluvussa 6.1 käsitellään ensimmäisen tutkimuskysymyksen aiheita eli ATMI-kyselyn luotettavuuteen ja rakenteeseen liittyviä tuloksia. Alaluvussa 6.2 käsitellään toisen tutkimuskysymyksen aiheita eli affektiivisissa tekijöissä kurssin aikana tapahtuneita muutoksia. Alaluvussa 6.3 esitellään puolestaan kolmanteen tutkimuskysymykseen liittyviä asioita eli affektiivisten tekijöiden muutoksiin vaikuttaneita tekijöitä.

6.1 ATMI-kyselyn luotettavuus ja rakenne

Taulukkoon 6.1 on kerätty kunkin osa-alueen Cronbachin alpha -kertoimet sekä alku- että loppukyselyssä. Taulukosta nähdään, että kaikkien osioiden luotettavuuskertoimet täyttivät hyvän luotettavuuden vaatimuksen ($\alpha > 0{,}7$). Itsevarmuusosion luotettavuuskerroin oli sekä alku- että loppukyselyssä yli 0,97 ja selvästi korkein. Seuraavaksi korkein kerroin alkukyselyn kertoimiin verrattuna oli mielekkyysosiolla ($\alpha = 0{,}902$). Loppukyselyssä mielekkyysosion ($\alpha = 0{,}910$) ja arvostusosion ($\alpha = 0{,}906$) kertoimet olivat hyvin lähellä toisiaan. Alkukyselyssä arvostusosion kerroin oli alhaisempi ($\alpha = 0{,}860$). Myös motivaation kerroin oli alhaisempi alkukyselyssä ($\alpha = 0{,}820$) kuin loppukyselyssä ($\alpha = 0{,}867$).

Taulukko 6.1: Osa-alueiden Cronbachin alpha -kertoimet alku- ja loppukyselyssä.

	Cronbachin alpha -kerroin (alku/ loppu)
Itsevarmuus	0,973 / 0,977
Mielekkyys	0,902 / 0,910
Arvostus	0,860 / 0,906
Motivaatio	0,820 / 0,867

Myös kysymykset täyttivät luotettavuusvaatimuksen yhtä poikkeusta lukuunottamatta. Mielekkyyttä mittaavassa osiossa kysymys *Tunnen itseni erittäin tyytyväiseksi, kun saan ratkaistua matemaattisen ongelman* näytti heikentävän osion luotettavuutta. Kysymyksen vaikutus luotettavuuteen oli kuitenkin hyvin pieni. Ilman kysymystä mielekkyysosion Cronbachin alpha -kerroin olisi ollut alkukyselyssä 0,907 ja loppukyselyssä 0,913.

Taulukkoon 6.2 on kerätty osa-alueiden väliset Pearsonin korrelaatiokertoimet. Kaikki osa-alueiden väliset kertoimet r olivat tilastollisesti merkitseviä ($p < 0{,}01$, 2-suuntainen). Taulukosta nähdään, että osa-alueiden väliset korrelaatiot olivat positiivisia. Korrelaatioiden perusteella mielekkyydellä on erittäin vahva yhteys ($r > 0{,}7$) sekä motivaatioon että itsevarmuuteen. Myös itsevarmuus ja motivaatio ovat erittäin vahvasti yhteydessä toisiinsa. Arvostus korreloi kaikkien osa-alueiden kanssa alkukyselyssä voimakkaasti ($r > 0{,}4$). Korrelaatio motivaatioon kuitenkin kasvaa loppukyselyssä erittäin voimakkaaksi ($r = 0{,}736$). Myös korrelaatio itsevarmuuteen on loppukyselyssä ($r = 0{,}618$) huomattavasti suurempi kuin alkukyselyssä ($r = 0{,}467$).

Taulukko 6.2: Osa-alueiden väliset korrelaatiot alku- ja loppukyselyssä (alku/loppu).

	Mielekkyys	Motivaatio	Itsevarmuus
Motivaatio	0,826 / 0,869		
Itsevarmuus	0,819 / 0,847	0,709 / 0,733	
Arvostus	0,648 / 0,696	0,606 / 0,736	0,467 / 0,618

6.2 Affektiivisten tekijöiden muutokset kurssin aikana

Kahden riippuvaisen otoksen pareittaisen t-testin tulokset on kerätty taulukkoon 6.3. Taulukosta nähdään, että tilastollisesti merkitsevä muutos kurssin aikana on tapahtunut vain arvostusosiossa ($t(39) = -3{,}834, p < 0{,}001$, 2-suuntainen). Arvostusosion summamuuttujan keskiarvo alkukyselyssä oli 39,875 ja loppukyselyssä 37,825. Tulos on siis huonontunut.

Taulukko 6.3: Summamuuttujien keskiarvojen muutokset.

	Keskiarvo (alku/loppu)	Muutos	t	df	Merkitsevyys (2-suunt.)
Arvostus	39,875/37,825	−2,05	−3,834	39	,000
Mielekkyys	31,350/31,225	−0,125	−0,155	39	,878
Itsevarmuus	46,950/48,525	1,575	1,169	39	,250
Motivaatio	15,075/14,825	−0,25	−0,546	39	,588

Affektiivisten tekijöiden muutosta kartoittavien avointen kysymysten sisällönerittelyn tulokset on koottu taulukkoon 6.4. Taulukosta nähdään, että itsevarmuuden ja motivaation rakenne muutosten osalta oli samankaltainen. Noin puolella opiskelijoista osa-alueet ovat pysyneet kurssin aikana ennallaan. Motivaatio ja itsevarmuus ovat parantuneet 30 prosentilla otoksen opiskelijoista. Ne ovat puolestaan huonontuneet noin neljäsosalla. Vaikka kehitystä sekä huonompaan että parempaan suuntaan on tapahtunut, niin muutos on kuitenkin melko tasaisesti jakautunut, joten se ei ole näkyvissä ATMI-kyselyn summamuuttujien keskiarvoja tarkasteltaesssa (taulukko 6.3).

Motivaatioon ja itsevarmuuteen verrattuna useampi opiskelija koki mielekkyyden heikentyneen kurssin aikana. Vain 10 prosenttia opiskelijoista koki opiskelun mielekkyyden parantuneen. Mielekkyys pysyi ennallaan hieman suuremmalla osalla opiskelijoista kuin itsevarmuus ja motivaatio. Mielekkyyden muutos negatiiviseen suuntaan ei kuitenkaan ollut näkyvissä ATMI-kyselyn summamuuttujien keskiarvoja analysoidessa (taulukko 6.3).

Arvostus on pysynyt 75 prosentilla opiskelijoista ennallaan samalla, kun vain 2,5 prosenttia opiskelijoista on raportoinut arvotuksen heikentyneen. Tulos oli hieman yllättävä, sillä ATMI-kyselyn summamuuttujien keskiarvoja tutkittaessa huomattiin, että arvostus oli ainoa osa-alue, jossa oli tapahtunut tilastollisesti merkitsevä muutos huonompaan (taulukko 6.3).

Taulukko 6.4: Osa-alueiden muutokset sisällönerittelyn mukaan.

	Huononi	Parani	Ei muutosta
Itsevarmuus	25 %	30 %	45 %
Motivaatio	22,5 %	30 %	47,5 %
Arvostus	2,5 %	22,5 %	75 %
Mielekkyys	35 %	10 %	55 %

Taulukkoon 6.5 on kerätty kurssilla ahdistusta kokeneiden opiskelijoiden määrä. Otoksen opiskelijoista 57,5 prosenttia koki kurssin aikana ahdistusta. Tämä tarkoittaa sitä, että ahdistuksen kokemus ei ole aina liittynyt itsevarmuuden huonontumiseen, jota on tapahtunut 25 prosentilla opiskelijoista. Osalla ahdistusta kokeneista itsevarmuus on siis pysynyt kurssin aikana ennallaan tai jopa parantunut.

Taulukko 6.5: Ahdistuksen kokemus sisällönerittelyn mukaan.

	Koki	Ei kokenut
Ahdistus	57,5 %	42,5 %

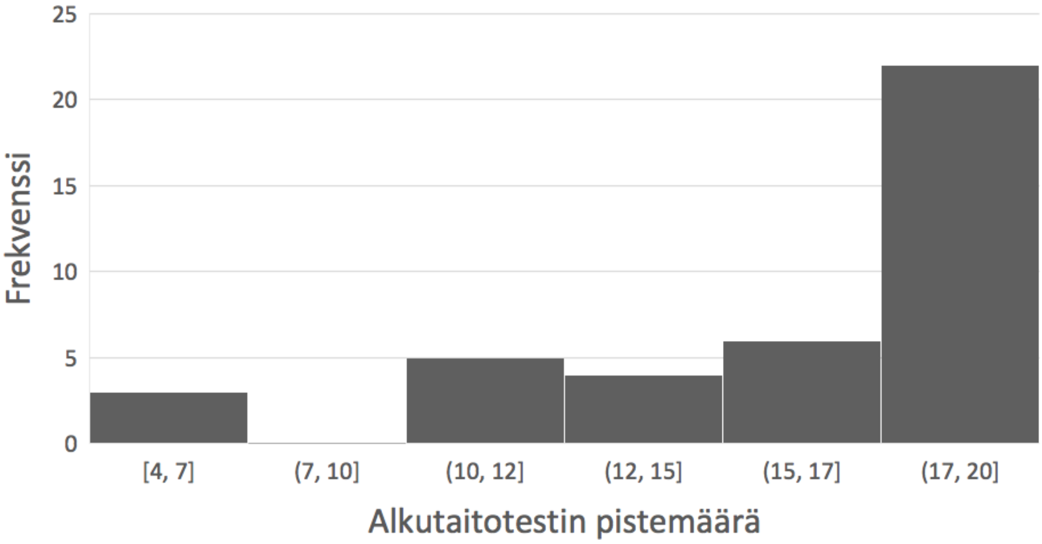
Taulukkoon 6.6 on jaoteltu opiskelijoiden kokemus oman osaamisensa kehittymisestä kurssin aikana. Opiskelijoista 70 prosenttia koki osaamisensa parantuneen ja 30 prosenttia koki osaamisensa pysyneen ennallaan. Vaikka affektiivisissa tekijöissä oli tapahtunut negatiivisiakin muutoksia, yksikään opiskelija ei kokenut osaamisensa huonontuneen.

Taulukko 6.6: Osaamisen kehittyminen kurssin aikana sisällönerittelyn mukaan.

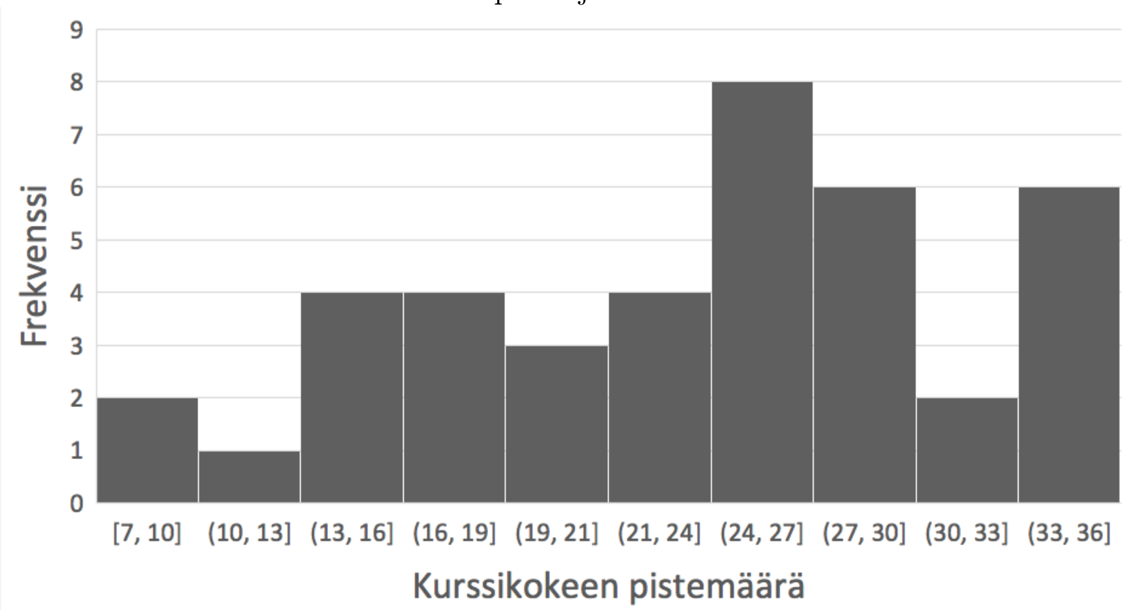
	Huononi	Parani	Ei muutosta
Osaaminen	0 %	70 %	30 %

6.3 Syitä affektiivisten tekijöiden muutoksille

Ennen regressioanalyysia tutkitun otoksen suoriutumista kurssilla verrattiin kaikkien kurssin opiskelijoiden suoriutumiseen. Sekä koko kurssin opiskelijoista että tutkitusta otoksesta molemmista noin 30 prosenttia ohjattiin alkutaitotestin perusteella kertausjaksolle. Koko kurssin opiskelijoista helpotetun loppukokeen läpäisi ensimmäisellä yrittämällä 48 prosenttia. Tutkitusta otoksesta hyväksytyn pistemäärän loppukokeesta sai 42,5 prosenttia eli vain hieman pienempi osa kuin kurssin kaikista opiskelijoista. Kuvissa 6.1 ja 6.2 on havainnollistettu tutkitun otoksen suoriutumista kurssin alkutaitotestissä ja loppukokeessa.

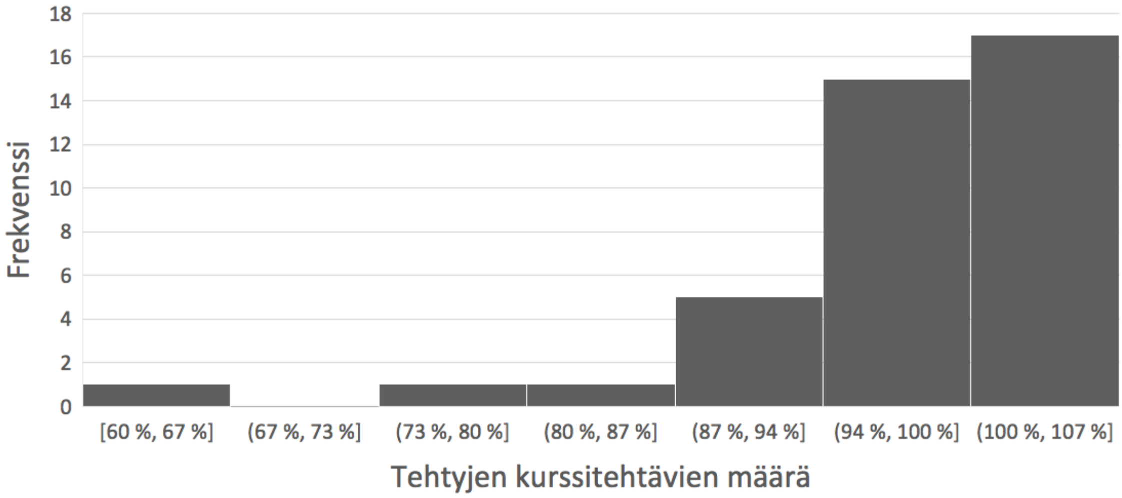


Kuva 6.1: Opiskelijoiden lähtötaso.



Kuva 6.2: Opiskelijoiden osaamistaso kurssin lopussa.

Kuvassa 6.3 on havainnollistettu otoksen opiskelijoiden kurssin aikana tekemien tehtävien määrää. Tehtyjen tehtävien keskiarvo oli 102 prosenttia. Prosentti ylittää sadan, koska kurssilla oli mahdollista kerryttää lisäpisteitä esimerkiksi ATMI-kyselyyn vastaamalla tai itsearviointeja tekemällä. Kurssin aikana tehtyjen tehtävien keskiarvo kaikkien kurssin opiskelijoiden keskuudessa oli 78,5 prosenttia. Tutkitun otoksen opiskelijat olivat siis tehneet tehtäviä ahkerammin kuin kurssin oppilaat yleisesti. Otoksen opiskelijat saivat kyselyyn vastaamisesta kaksi lisäpistettä kurssille, mutta se ei riitä selittämään suurta eroa.



Kuva 6.3: Kurssin aikana tehdyt tehtävät.

Regressioanalyysilla tutkittiin alku- ja loppuosaamisen sekä tehtyjen kurssitehtävien määrän yhteyttä affektiivisissa tekijöissä tapahtuneeseen muutokseen kurssin aikana. Kun alkutaitotestin pistemäärää ja tehtyjen tehtävien määrää käytettiin selittävinä tekijöinä kunkin osa-alueen muutokselle, niin ainoastaan motivaation kohdalla tulos oli tilastollisesti merkitsevä ($p > 0{,}05$). Tehtyjen tehtävien yhteys motivaation muutokseen ($R^2 = 0{,}141, \beta = 0{,}404, F = 7{,}422$) oli hieman suurempi kuin alkutaitotestin ($R^2 = 0{,}079, \beta = 0{,}320, F = 4{,}348$).

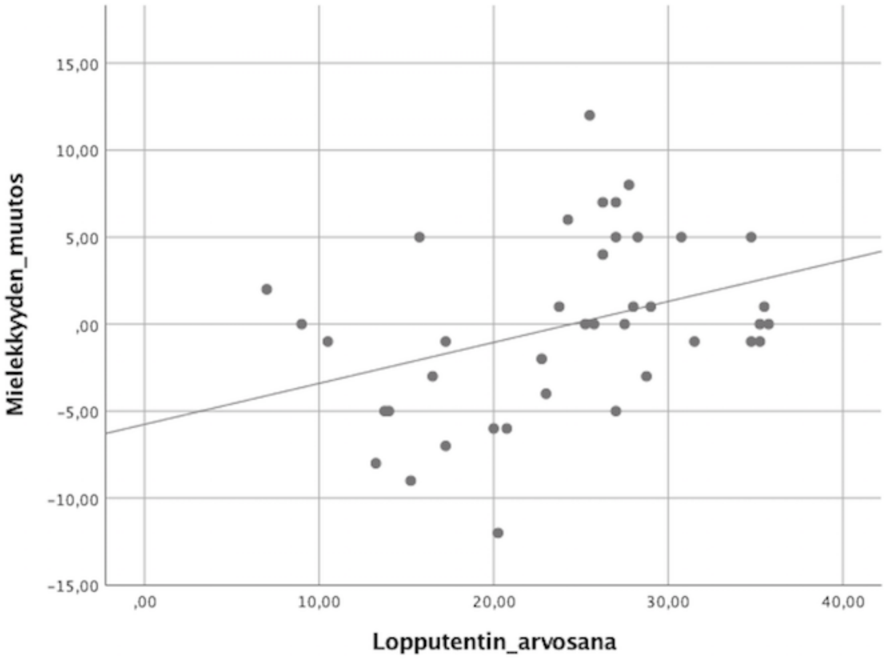
Koska loppukokeen pistemäärän yhteys kaikkien osa-alueiden muutokseen oli suurin, regressioanalyysin tulokset sen osalta on kerätty taulukkoon 6.7. Tulos oli jokaisen osa-alueen kohdalla tilastollisesti merkitsevä (*=$p < 0{,}05$), mutta motivaation kohdalla tulos oli tilastollisesti erittäin merkitsevä (**=$p < 0{,}001$).

Taulukko 6.7: Loppuosaaminen affektiivisten tekijöiden muutosta selittävänä tekijänä.

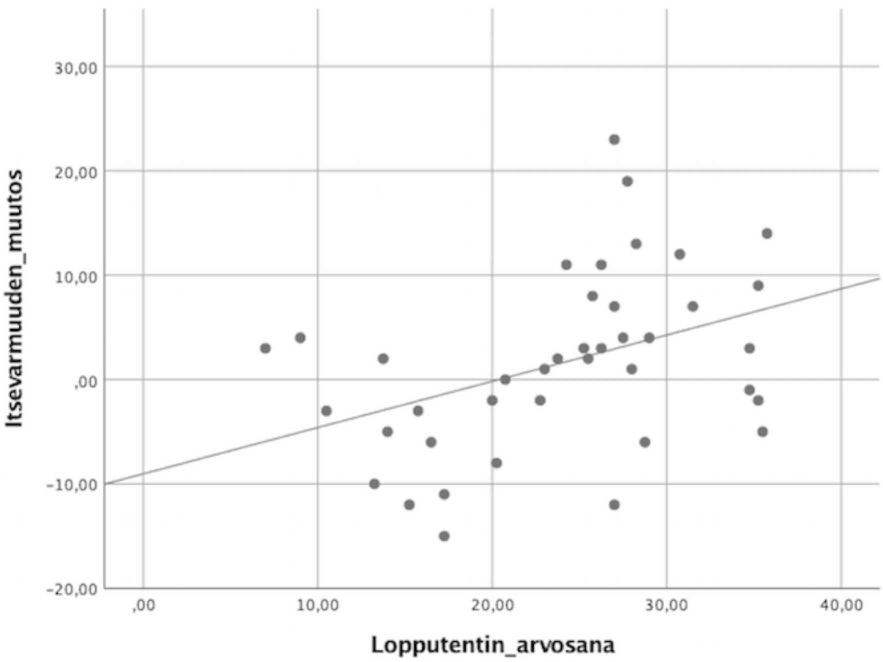
	R^2 (korjattu)	Beta (β)	Estimaatin keskivirhe	F-testi	t-testi
Arvostus	0,141	0,403	3,135	7,375*	2,716*
Mielekkyys	0,106	0,359	4,833	5,606*	2,368*
Itsevarmuus	0,142	0,405	7,897	7,436*	2,727*
Motivaatio	0,421	0,660	2,206	29,324**	5,415**

Taulukosta nähdään, että motivaation regressiokerroin ($\beta = 0{,}660$) oli selvästi suurin. Arvostukseen ($\beta = 0{,}403$) ja itsevarmuuteen ($\beta = 0{,}405$) liittyvät regressiokertoimet olivat lähes yhtä suuria. Pienin kerroin liittyi mielekkyyteen ($\beta = 0{,}359$). Myös motivaation selitysaste ($R^2 = 0{,}421$) ja F-testin arvo ($F = 29{,}324$) olivat selvästi suurimmat. Mielekkyyden arvot olivat puolestaan pienimmät ($R^2 = 0{,}106, F = 5{,}606$). Itsevarmuus ($R^2 = 0{,}142, F = 7{,}436$) ja arvostus ($R^2 = 0{,}141, F = 7{,}357$) olivat myös selitysasteiltaan ja F-testin arvoiltaan hyvin lähellä toisiaan.

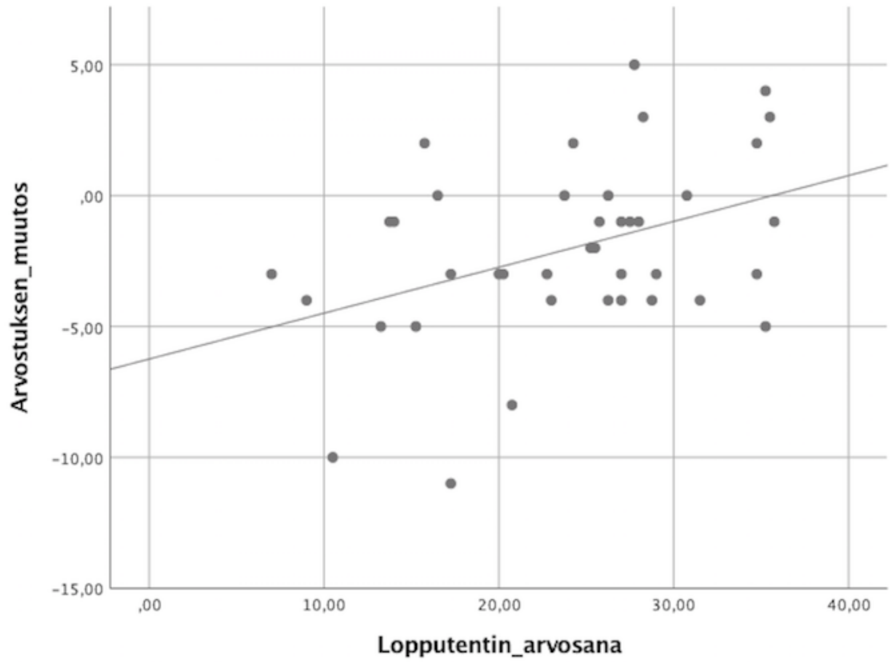
Kuvissa 6.4, 6.5, 6.6 ja 6.7 on havainnollistettu opiskelijan loppuosaamisen merkitystä kunkin osa-alueen muutokselle regressiosuorien avulla. Vaaka-akselilla on kuvattu opiskelijan pistemäärää kurssin loppukokeessa ja pystyakselilla ATMI-kyselyn osa-alueiden summamuuttujien keskiarvon muutosta kurssin aikana. Positiivinen luku pystyakselilla tarkoitaa siis kehitystä parempaan suuntaan ja negatiivinen luku muutosta huonompaan suuntaan.



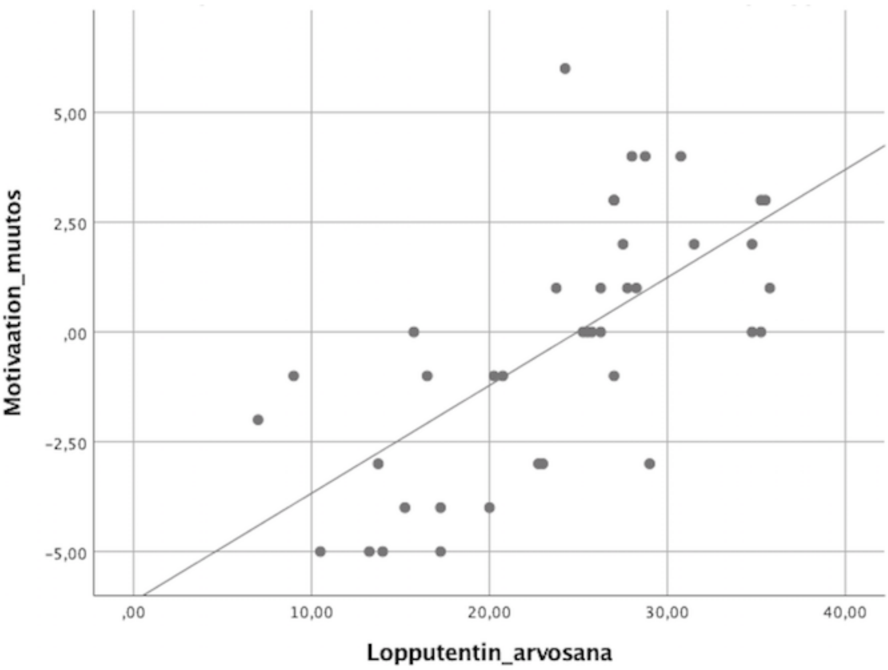
Kuva 6.4: Loppuosaaminen mielekkyyden muutosta selittävänä tekijänä.



Kuva 6.5: Loppuosaaminen itsevarmuuden muutosta selittävänä tekijänä.



Kuva 6.6: Loppuosaaminen arvostuksen muutosta selittävänä tekijänä.



Kuva 6.7: Loppuosaaminen motivaation muutosta selittävänä tekijänä.

Kuten taulukossa 6.7 ilmenevistä positiivisista regressiokertoimista (β) voitiin päätellä, hyvä loppukokeen pistemäärä eli kurssin sisältöihin nähden hyvä osaamistaso on ollut yhteydessä affektiivisten tekijöiden kehittymisessä parempaan suuntaan. Motivaatioon liittyvät suuret arvot taulukossa 6.7 näkyvät kuvassa 6.7 jyrkkänä regressiosuorana.

Opiskelijoilta kysyttiin loppukyselyn yhteydessä, kokevatko he osaamisensa kehittyneen kurssin aikana. Sisällönerittelyssä huomattiin, että kaikki opiskelijat olivat arvioineet osaamistasonsa pysyneen vähintään ennallaan. Opiskelijoista 70 prosenttia oli sitä mieltä, että osaamistaso on kurssin aikana parantunut (taulukko 6.6). Sisällönanalyysin avulla pyrittiin löytämään selityksiä opiskelijoiden kokemuksille osaamisensa kehittymisestä.

Sisällönanalyysin perusteella näytti siltä, että ennen kaikkea opiskelijat, joilla oli kurssiin nähden heikompi lähtötaso, kokivat oppineensa paljon, vaikka osaamistaso ei monella riittänytkään kurssin läpäisyyn. Oppimisen taustalla oli ahkera harjoittelu, joka oli nähtävissä myös tehtyjen tehtävien keskiarvossa otoksen opiskelijoiden keskuudessa. Opiskelijat arvelivat, että syvällinen oppiminen ja kurssin läpäisy olisivat kuitenkin vaatineet parempaa pohjaosaamista.

> Koen osaamisen kehittyneen, lähtötaso oli huono ja opin uusia asioita, mutta vanhat asiat tulisi osata ennen uuden oppimista kunnolla.

> Ainakin vähän kehityin. Syynä se, että kävin kaikilla luennoilla ja tein suurimman osan tehtävistä. Opiskelin.

> Osaaminen on kehittynyt, koska moni kurssin aihe oli sellainen, jota ei lukion lyhyessä matematiikassa opiskeltu lainkaan.

Joillain heikommilla osaajilla kurssin laaja sisältö vaikutti siten, että osaamisen ei juurikaan koettu parantuneen kurssin aikana. Sisältöä tuntui olevan niin paljon, että oppiminen ei tuntunut mahdolliselta.

> En koe oppineeni. Haastavuuden vuoksi en koe sisäistäneeni kovinkaan paljoa. Tai jos olenkin sisäistänyt jotain, niin unohdin kaiken nopeasti.

Niillä opiskelijoilla, joilla lähtötaso oli hyvä ja taustalla lukion pitkä matematiikka, kurssilla ei matriiseja lukuunottamatta tullut uusia sisältöjä. Tällöin osaamistason ei koettu juurikaan kehittyneen kurssin aikana, mutta matriisien opiskelu tuntui monen mielestä kiinnostavalta.

> En koe osaamistasoni parantuneen kurssin aikana. Olen opiskellut kurssilla käydyt asiat jo aiemmin.

> Matriisit olivat uusi ja jännä asia. Ihan hauskoja.

Myös moni lukion pitkän matematiikan käynyt opiskelija koki kurssin kuitenkin sisältäneen tarpeellista kertausta, jonka ansiosta osaaminen syventyi.

> Mieleeni muistuivat aikaisemmin opitut asiat ja se varmasti vahvisti niiden osaamista.

> Osaamiseni kehittyi ehkä vähän. Joitain sellaisia asioita, joita lukiossa en tajunnut ratkesi nyt. Syynä on hyvä kertaaminen kurssin myötä.

Tutkimuksen tarkoituksena oli kuitenkin opiskelijoiden osaamisen kehittymisen lisäksi kerätä tietoa opiskelijoiden affektiivisista kokemuksista kurssilla opiskelusta. Sisällönanalyysin avulla pyrittiin syventämään ymmärrystä affektiivisten tekijöiden muutosten syistä. Sisällönanalyysissä nousi esiin kolme keskeistä teemaa: opiskelijan osaamistaso, kurssin aiheiden yhteys omaan alaan ja muihin kursseihin sekä kurssijärjestelyt.

Opiskelijan osaamistaso

Avointen kysymysten analyysistä selvisi, että kurssille riittämätön osaamistaso vaikutti negatiivisesti opiskelijoiden itsevarmuuteen ja motivaatioon. Kurssin tehtävien koettiin olevan liian vaikeita ja niitä koettiin olevan liian paljon. Kurssin aihealue tuntui laajalta. Joillakin opiskelijoilla riittämätön osaamistaso aiheutti epätoivoa ja jopa oppimisen pysähtymistä. Opiskelijat, joilla oli riittämätön osaamistaso, kokivat kurssin aikana myös enemmän ahdistusta. Osa opiskelijoista koki, että ohjaustilaisuuksissa oli vaikea keskittyä esimerkiksi melun takia. Tämä lisäsi ahdistusta.

> Itsevarmuuteni matematiikan suhteen huononi entisestään. Syynä tasolleni liian vaikeat tehtävät.

> Olen käynyt aikanaan lukiossa lyhyen matikan. Pidin siitä, ja olin siinä hyvä. Nyt tuli liikaa asiaa liian lyhyessä ajassa. Vaikka opinkin paljon, niin itsevarmuus matikan suhteen kyllä romuttui.

> Koin ahdistusta kun en osannut tehtäviä, ja niitä oli niin paljon tehtävänä. Turhautuminen oli ehkä päällimmäisin tunne. Hankaluutta aiheutti se, etten päässyt kaikille luentokerroille ja kärryiltä tippui aika nopeasti. Turhauttavinta oli käyttää niin paljon aikaa sellaisten asioiden opiskeluun, joista tietää ettei niitä tule tarvitsemaan omalla uralla myöhemmin.

> Koin merkittävää ahdistusta, itkin kotona. Joskus teki mieli itkeä tunnilla, koska en ymmärtänyt ja tuntui, että tehtävien määrä ja vaikeusaste on ylivoimainen.

> Olin kurssin loppua kohden hyvin väsynyt ja motivaatio kyllä lopahti ihan täysin. Syynä sekä tämän että muiden kurssien kuormittavuus.

Toisaalta vähäisetkin onnistumisen kokemukset vaikuttivat joidenkin heikompien osaajien kohdalla positiivisesti itsevarmuuteen ja motivaatioon. Myös kurssin aikana saadulla tuella oli yhteys parempaan itsevarmuuteen ja vähäisempään ahdistukseen. Tukea saatiin muilta opiskelijoilta, ohjaustilaisuuksista tai läheisiltä. Vertaistuki vaikutti itsevarmuuteen positiivisesti sitä kautta, että muidenkin huomattiin kokevan asiat vaikeina.

> Itsevarmuuteni parani hieman. Se johtui ehkä siitä että luulin unohtaneeni jo kaiken aiemmin opiskelemani ja huomasin, etteivät kaikki muut olekaan superhyviä matikassa.

> Itsevarmuus parantui ehkä hieman, mutta en koe edelleenkään olevani hyvä matematiikassa. Pitäisi harjoitella enemmän, niin ehkä sitten.

> Onnistuin ratkomaan joitakin tehtäviä. Laskuharjoitustunnit olivat hyödyllisiä.

Kurssille riittävä osaamistaso vaikutti itsevarmuuteen kertauksen kautta kohentavasti. Jos lähtötaso oli hyvä, kurssin sisällöt olivat enimmäkseen jo ennestään opittujen asioiden kertausta. Riittävä osaamistaso vaikutti positiivisesti myös motivaatioon.

> Itsevarmuuteni matikan suhteen ehkä parani kurssin aikana, sillä osasin kurssilla käydyt asiat jo valmiiksi, joten eipä tarvinnut paljon rehkiä kurssin eteen.

> Itsevarmuuteni matikassa suoriutumiseni suhteen kasvoi kurssin aikana, sillä tehtäviä oli hyvin kattavasti perustehtävistä aina haastavempiin asti, minkä avulla pääsin testaamaan osaamistani.

> Kiinnostus ja motivaatio matematiikkaa kohtaan syveni, kun ymmärsin esim. derivaatan ja integraalin yhteyden aiempaa paremmin. Oivallus palkitsee.

Jos opiskelija ei kuitenkaan pystynyt hyväksymään sitä, että kaikkea ei tarvitse osata, niin hän saattoi kokea ahdistusta etenkin ennen tenttiä.

> En kokenut suurta ahdistusta, mutta ennen tenttiä kyllä, kun en hallinnut kaikkea.

> En kokenut suurta ahdistusta. Olen ehkä niin tottunut matikan laskemiseen ja se on aina ollut kiinnostava aine (fuksi, suoraan lukiosta, pitkä matikka). Ehkä tästä syntyneet suorituspaineet ahdistivat eniten.

Jos virheet hyväksyttiin osaksi oppimista, opiskelija ei juurikaan kokenut ahdistusta.

> En kokenut ahdistusta. Välillä harmitti kun en saanut jotain tehtävää tehtyä, mutta se on ihan luonnollista, että kaikkea ei aina osaa.

Kurssin yhteys omaan alaan ja muihin kursseihin

Osalla opiskelijoista sanalliset ja käytännön esimerkit sekä kuvaajien tulkintaan liittyvät tehtävät vaikuttivat positiivisesti matematiikan arvostukseen.

> Matematiikan arvostusta paransi ehkä vähän hyvät sanalliset esimerkit.

> Esimerkkitehtävät olivat hyviä. Käppyrät olivat kiinnostavia.

Osa opiskelijoista huomasi yhteydet myös muihin kursseihin, kuten ekonomiaan ja fysiikkaan, mikä paransi arvostusta.

> Kurssilla esitettyjä asioita tuli vastaan mm. fysiikassa ja ekonomiassa, joten ymmärrän, että tiedealat kulkevat käsikädessä ja tukevat toisiaan. Siksi on tärkeää ymmärtää kaikkia, jotta voi saada parhaan mahdollisen kokonaiskuvan ja ymmärryksen jokaisesta aineesta.

> Matematiikan kurssin sisältö itsessään ei muuttanut käsityksiäni, mutta muiden kurssien sisältö kyllä, koska osin tällä kurssilla tuli eteen samoja matemaattisia ongelmia kuin samaan aikaan suorittamillani parilla ekonomian kurssilla, ja siitä tuli vedettyä sellainen johtopäätös, että matematiikasta saattaa olla opinnoissakin enemmän hyötyä kuin etukäteen arvasinkaan. Muussa elämässähän matematiikka on hyödyllistä ja tarpeellista ollut aina ja tulee aina olemaankin, ainakin niin kauan kuin aivot toimii.

> Varmasti tulen tarvitsemaan tulevaisuudessa matikkaa. En ole esim. aiemmin ajatellut, kuinka paljon derivaattaa voi hyödyntää myös käytännön laskelmissa.

Suurin osa opiskelijoista oli kuitenkin sitä mieltä, että omaan alaan liittyvien käytännön esimerkkien ja aiempaan tietoon verraten matematiikan uusien käyttökohteiden puute ei ainakaan parantanut arvostusta matematiikkaa kohtaan.

> En osaa vielä ajatella millä tavalla matematiikka auttaa minua vaikkapa gradun tai työelämän kanssa. Tilastotieteestä tiedän että sitä tulee jo graduvaiheessa tarvitsemaan

> Arvostukseni ei juurikaan muuttunut. Maatalouteen liittyviä sovelluksia olisi voinut olla enemmän, jotta mahdollisia käyttökohteita matematiikalle olisi tullut enemmän.

> Arvostukseni ei muuttunut, voisin sanoa että ennemmänkin toisinpäin. Koska kursilla oli paljon sellaista matematiikkaa jota ei paljon käytetä juuri minun linjalla. Toisenlaiset tehtävät olisivat olleet hyödyllisempiä.

> Kurssi ei muuttanut arvostustani. Emme käsitelleet mitään minulle uutta, joten en oppinut uusia käyttökohteitakaan.

Kurssijärjestelyt

Kurssin ohjeistukseen olisi kaivattu alusta alkaen johdonmukaisuutta ja osaamisvaatimuksiin selkeyttä. Myös informaation sekä viestinnän olisi toivottu tapahtuvan riittävän ajoissa. Erityisesti kertausjakson toteutukseen kohdistui voimakasta kritiikkiä. Ilmoitus alkutaitotestistä ja kertausjaksosta tuli opiskelijoiden mielestä liian myöhään. Osa opiskelijoista ei myöskään kokenut saaneensa kertausjaksolta riittävästi apua puutteelliseen osaamiseensa ennen kurssin alkua. Kurssin järjestelyt vaikuttivat opiskelun mielekkyyteen negatiivisesti.

> Kurssi vahvisti ajatustani siitä, että opetusmenetelmillä on suuri merkitys matematiikan opiskelussa. Tällä kurssilla oli surullista seurata opiskelukavereiden epätoivoa kun kurssi eteni vauhdikkaasti. Mielestäni fukseja voisi varoittaa kertauksen tarpeesta jo kesällä ennen koulun alkua, tämä voisi helpottaa mukana pysymistä niillä joilla ei esim pitkä matematiikka ole pohjalla.

> Kurssi, ja etenkin kurssin alussa erittäin surkeasti toteutettu kertausjakso, vaikutti negatiivisesti matematiikan opiskelun mielekkyyteen

> Hieman turhautti ylimääräinen säätö, vei aikaa ja energiaa pois itse matikasta = ei mielekästä.

Kurssijärjestelyt on yhdistetty myös ahdistuksen kokemukseen.

> Kurssin kaoottinen toteutus ja yleinen sekoilu aiheutti välillä ahdistusta, joka vaikutti etenkin negatiivisesti muiden kurssien ahdistushetkellä olevien tehtävien suorittamiseen.

Joistain opiskelijoista kurssijärjestelyt tuntuivat kuitenkin enemmän ärsyttäviltä kuin ahdistavilta.

> En kokenut matematiikkaan liittyvää ahdistusta, mutta käytännön järjestelyt kurssilla olisivat kaivanneet mielestäni parannusta.

> En kokenut ahdistusta, ennemmänkin ärsytti.

Itsevarmuuden ja ahdistuksen yhteydet aineistossa

Sisällönerittelyn perusteella saatiin selville, että 57,5 prosenttia kurssin opiskelijoista on kokenut kurssin aikana matematiikka-ahdistusta (taulukko 6.5). Sisällönanalyysin perusteella näyttää siltä, että ahdistuksen kokemus on liittynyt erityisesti kurssin aikana heikentyneeseen itsevarmuuteen, sillä kumpaakin on selitetty riittämättömällä osaamistasolla ja kurssin laajalla sisällöllä. Myös kurssijärjestelyt näyttävät aiheuttaneen ahdistusta erityisesti niiden opiskelijoiden keskuudessa, joilla osaamistaso ja itsevarmuus ovat olleet huonoja.

Sisällönanalyysin perusteella näyttää siltä, että suurin osa hyvistä osaajista ei ole kokenut kurssin aikana matematiikka-ahdistusta. Myös kurssijärjestelyt ovat hyvien osaajien keskuudessa tuntuneet enemmän ärsyttäviltä kuin ahdistavilta.

Huonontuneesta itsevarmuudesta kurssin aikana kärsineet heikot osaajat eivät kuitenkaan yksin riitä selittämään ahdistuksen kokeneiden suurta määrää. Tästä syystä sisällönanalyysillä pyrittiin tunnistamaan muitakin tekijöitä, jotka ovat aiheuttaneet ahdistusta. Vaikuttaisi, että myös hyvät osaajat ovat voineet kärsiä kurssin aikana matematiikka-ahdistuksesta. Heillä ahdistus liittyi erityisesti kurssikokeeseen ja epäonnistumisen pelkoon. Tarkkaa tietoa näiden opiskelijoiden itsevarmuudesta ei ole, mutta on mahdollista, että se on hyvästä osaamistasosta riippumatta ollut alhainen eikä siihen ole kurssin aikana pystytty vaikuttamaan positiivisesti. Hyvä pohjaosaaminen on kuitenkin voinut tukea itsevarmuuden säilymistä ennallaan heikentymisen sijaan.

Luku 7

Luotettavuus

Kurssille oli ilmoittautunut yhteensä 253 opiskelijaa, mutta affektiivisten tekijöiden kehitystä kurssin aikana tutkittiin 40 opiskelijan otannalla. Analyysissa oltaisiin voitu hyödyntää ATMI-kyselyn kaikkia vastauksia, mutta silloin kehitystä ei oltaisi voitu tutkia henkilökohtaisella tasolla. Numeerisessa analyysissä suurempi otoskoko olisi kuitenkin voinut tarjota luotettavampaa tietoa. Kertausjaksolle ohjattujen ja loppukokeen läpäisseiden opiskelijoiden prosentuaalinen määrä oli kuitenkin tutkittujen 40 opiskelijan joukossa hyvin lähellä koko kurssin vastaavia prosentteja. Tutkittavaan otokseen valikoitui siis osaamistasoltaan melko hyvin kaikkia kurssin opiskelijoita edustava joukko. Tutkitut opiskelijat olivat kuitenkin tehneet viikottaisia tehtäviä ahkerammin kuin kurssin opiskelijat yleisesti. Passiivisemmat opiskelijat ovat siis jääneet tutkimuksessa taka-alalle. Toisaalta aineisto kuvastaa mahdollisesti toivottua paremmin sitä, mitä ongelmia kurssitoteutuksessa on, sillä tutkitut opiskelijat ovat olleet halukkaita oppimaan ja työskentelemään ahkerasti.

Alkutaitotestin tulosten osalta on otettava huomioon, että testin tekemistä ei voitu valvoa, sillä se teetettiin sähköisesti Moodlessa. Tuloksia analysoidessa havaittiin, että osa opiskelijoista ei ollut tehnyt testiä täysin rehellisesti. Tämä pääteltiin siitä, että suoriutuminen alkutaitotestissä ja kurssin loppukokeessa erosivat toisistaan huomattavasti niin, että opiskelijat saattoivat saada alkutaitotestistä erinomaiset pisteet, mutta suoriutuivat huonosti perustaitoja mittaavasta loppukokeesta. Suurin osa opiskelijoista näytti kuitenkin ymmärtäneen, että vastaaminen alkutaitotestiin oman taitotason mukaan, on heidän omaksi parhaakseen.

ATMI-kyselyn konfirmatorinen faktorianalyysi jätettiin tietoisesti pois tutkielman laajuutta ajatellen. Kyselylle aiemmissa tutkimuksissa tehty faktorianalyysi on tuottanut luotettavia tuloksia, ja sen luotettavuus on säilynyt toistettaessa (Tapia ja Marsh, 2002; Tapia ja Marsh, 2004). Kyselystä lasketut Cronbachin Alpha -kertoimet olivat osa-alueittain riittävän korkeita. Myös kysymyskohtaiset kertoimet olivat riittävän korkeita yhtä kysymystä lukuunottamatta. Tämän kysymyksen negatiivinen vaikutus mielekkyysosion luotettavuuteen oli hyvin pieni. Itsevarmuusosion erityisen korkea Cronbachin alpha -kerroin voisi olla kuitenkin merkki siitä, että osiota on tarpeen jakaa pienempiin osiin (Tavakol ja Dennick, 2011).

Kyselyn sopivuutta tähän aineistoon ja merkityksen säilymistä suomennetussa versiossa puoltaa joltain osin osa-alueiden keskinäisten korrelaatioiden samakaltaisuus verrattuna Marshin ja Tapian (2002) yliopistossa teetettyyn tutkimukseen, jonka konfirmatorinen faktorianalyysi on tuottanut hyviä tuloksia. Tässä tutkimuksessa arvostuksen korrelaatio motivaatioon ja itsevarmuuteen kasvoi huomattavasti loppukyselyssä. Tapian ja Marshin (2002) tutkimuksen korrelaatio sekä arvostuksen ja itsevarmuuden ($k = 0{,}524$) että arvostuksen ja motivaation ($k = 0{,}645$) välillä kuitenkin sijoittuu alku- ja loppukyselyn arvojen väliin.

Tutkimukseen yhdistettiin kvantitatiivisen analyysin lisäksi myös kvalitatiivista analyysia, koska affektiivisten tekijöiden tutkimusta on kritisoitu sen painottumisesta kvantitatiivisiin kyselyihin (McLeod, 1992, s. 576). Yhdistämällä erilaisia aineistoja ja analyysimenetelmiä saatiin luotettavampi ja syvällisempi kuva opiskelijoiden kokemuksista ja kurssin ilmiöistä (Johnson ja Onwuegbuzie, 2004, s. 14–17). Kvalitatiivinen analyysi täydensi kvantitatiivisen aineiston ja analyysin tuloksia. Pelkän kvantitatiivisen analyysin perusteella olisi näyttänyt siltä, että muutosta itsevarmuudessa tai motivaatiossa ei kurssin aikana juurikaan tapahtunut, vaikka todellisuudessa muutos oli vain jakautunut melko tasaisesti kahteen eri suuntaan. Toisaalta kvantitatiivinen analyysi olisi jättänyt piiloon kurssijärjestelyjen aiheuttaman mielekkyyden heikkenemisen.

Kvalitatiivisessa analyysissa on kehotettu yhdistämään sisällönerittelyä ja -analyysiä luotettavuuden parantamiseksi (Tuomi ja Sarajärvi, 2018, s. 117–128). Tutkimuksessa sisällönanalyysi selitti sisällönerittelyn tuloksia ja osittain se selvensi myös sisällönerittelyn ja t-testin ristiriitoja. Sisällönanalyysin avulla ymmärrettiin paremmin itsevarmuuden ja motivaation huonontumisen sekä parantumisen syitä kurssilla. Toisaalta sisällönanalyysi paljasti, että opiskelijoiden kokema mielekkyyden heikentyminen kohdistui nimenomaan hetkellisesti kurssiin Matematiikka I, eikä siksi näkynyt vastauksena ATMI-kyselyssä. Sisällönanalyysi selitti myös sitä, miksi arvotuksen heikkeneminen t-testissä ei näkynyt sisällönerittelyssä: Opiskelijat olivat selittäneet arvostuksen heikentymistä ja ennallaan pysymistä samoilla tekijöillä.

Kvalitatiivisessa analyysissa on kuitenkin tärkeää pohtia aineiston totuudenmukaisuutta (Tuomi ja Sarajärvi, 2018, s. 158–163). Kun opiskelijoita on avoimissa kysymyksissä pyydetty kuvaamaan kokemuksiaan affektiivisisten tekijöiden muutoksesta kurssilla, ei voida olla täysin varmoja siitä, ovatko opiskelijat ymmärtäneet osa-alueiden määritelmät tutkijan tarkoittamalla tavalla. Kvalitatiivisen ja kvantitatiivisen analyysin tulokset tukivat toisiaan kuitenkin suurimmalta osin, joten voidaan ajatella, että osa-alueiden määritelmät ymmärrettiin ainakin kohtuullisen hyvin oikein myös kvalitatiivisessa aineistossa.

Luku 8

Pohdintaa

Kvantitatiivisen ja kvalitatiivisen tutkimuksen yhdistäminen avasi tutkimustuloksia monipuolisemmin kuin pelkkä kvantitatiivinen tukimus, koska kvalitatiivinen aineisto auttoi ymmärtämään kvantitatiivisia tuloksia. Ilman kvalitatiivista analyysiä opiskelijoiden kokemuksista olisi jäänyt paljon piiloon. Kvalitatiivinen analyysi antoi paljon tietoa myös kurssin kehittämistä varten, sillä opiskelijoiden kokemuksia pystyttiin yhdistämään kurssin konkreettisiin toimintatapohin. Näin tulosten perusteella voidaan esittää kehitysehdotuksia kurssin seuraavalle toteutuskerralle

Tässä luvussa esitetään tutkimuksen tuloksiin liittyviä johtopäätöksiä ja pohdintaa. Alaluvussa 8.1 pohditaan ATMI-kyselyn rakenteeseen liittyviä tuloksia ja alaluvussa 8.2 kurssin aikana tapahtuneita muutoksia affektiivisissa tekijöissä ja niihin vaikuttaneita tekijöitä. Alaluvussa 8.3 puolestaan ehdotetaan kiinnostavia jatkotutkimusaiheita.

8.1 ATMI-kyselyn rakenne ja sen osa-alueiden suhde toisiinsa

Affektiivisten tekijöiden tutkimusta on kritisoitu tarkan teoreettisen viitekehyksen puuttumisesta (McLeod, 1992, s. 576). Tässäkään tutkimuksessa koherentin teoreettisen viitekehyksen muodostaminen ei ollut täysin mahdollista, koska tutkimuskenttä ja käsitteistö olivat niin moniselitteisiä ja sirpaleisia. ATMI-kyselyn osa-alueita ei esimerkiksi voitu täysin yksiselitteisesti asettaa Hannulan (2012) ja McLeodin (1992) kehittämien mallien ulottuvuuksiin, mikä tuotti haasteita osa-alueiden määrittelemiselle. Myös teorian löytäminen ATMI-kyselyn osa-alueiden tueksi oli haastavaa, koska aiemmissa tutkimuksissa käytettiin vaihtelevia käsitteitä ja termejä. Kuitenkin kaiken kaikkiaan ATMI-kyselyn suomennos näytti onnistuneen hyvin ja kysely näytti toimivan myös suomalaisessa yliopistossa. Jatkon kannalta kyselyn tarkempi luotettavuuden tarkastelu olisi kuitenkin tarpeen.

Erityisen ongelmalliseksi osoittautui itsevarmuus-osion määrittely, sillä se kattoi sekä itsevarmuuden, pystyvyysuskon että ahdistuksen. Itsevarmuus ja pystyvyysusko näyttävät kuitenkin tarkoittavan matematiikan opetuksen tutkimuksessa lähes samoja asioita (Pajares ja Miller, 1994, s. 194), mutta jatkon kannalta olisi hyvä pohtia tarkemmin käsitteiden merkityseroja. Itsevarmuus yhdistyi avointen kysymysten sisällönanalyysissa erityisen voimakkaasti onnistumisen kokemuksiin, mutta ahdistus yhdistettiin myös kurssijärjestelyihin ja stressiin. Myös aiemmissa tutkimuksissa ahdistus liittyi stressiin, ja siihen vaikuttaa opiskelijan heikko osaamistaso ja itsevarmuus. (Bandura, 2010, s. 2–6.)

Sisällönanalyysin perusteella näytti kuitenkin siltä, että myös hyvät osaajat ovat voineet kokea kurssin aikana ahdistusta. Ahdistus liittyi etenkin siihen, että epäonnistuminen tuntui pelottavalta ja se voimistui ennen loppukoetta. Näiden opiskelijoiden kohdalla ahdistusta voi selittää kyvykkyyskäsitys, jonka mukaan opiskelijan itsevarmuutta tukee ajatus siitä, että virheet ovat hyväksyttävä osa oppimista. (Middleton ja Spanias, 1999, s. 70; viitattu lähteeseen Kloosterman, 1988.) On siis mahdollista, että myös ahdistusta kokeneet hyvät osaajat kärsivät huonosta itsevarmuudesta. Riittävä pohjaosaaminen on kuitenkin voinut tukea itsevarmuuden pysymistä ennallaan heikentymisen sijaan.

Myös tämän tutkimuksen perusteella näyttää siis siltä, että ahdistus liittyy hyvin oleellisesti itsevarmuuteen. Pelkkä ATMI-kyselyn kvantitatiivinen itsevarmuusosion tarkastelu ilman ahdistuksen avoimen kysymyksen kvalitatiivista analyysia olisi kuitenkin jättänyt paljon piiloon opiskelijoiden matematiikka-ahdistuksen kokemuksesta. Tästä syystä voisi olla perusteltua harkita ahdistuksen irrottamista itsevarmuudesta myös ATMI-kyselyssä.

ATMI-kyselyn osa-alueiden väliset Pearsonin korrelaatiokertoimet olivat voimakkaita, mikä oli oletettavissa aiemman tutkimuksen perusteella (Tapia ja Marsh, 2002; 2004). Arvostus vaikutti tulosten perusteella olevan kuitenkin etenkin kurssin alussa erillään muista osa-alueista. Tämä oli hieman yllättävää, sillä motivaation ja arvostuksen on aiemman tutkimuksen perusteella ajateltu olevan lähellä toisiaan (Hannula, 2012, s. 144). Toisaalta motivaation ja arvostuksen yhteys kasvoi kurssin lopulla.

Arvostuksen erillisyys voi osittain selittyä sillä, että motivaatio, mielekkyys ja itsevarmuus sekä matematiikka-ahdistus kietoutuvat toisiinsa kyvykkyyskäsityksen ja opiskeluun sitoutumista määrittelevän flow-käsitteen kautta. (Liljedahl, 2016; Reyes, 1984, s. 567–569). Arvostus puolestaan ohjaa opiskelua enemmän ulkoisena kannustimena, ja se näyttääkin taustateorian perusteella linkittyvän erityisesti opiskelijan ulkoiseen motivaatioon (Singh ym., 2002, s. 330–331). Sisäinen motivaatio näyttää rakentuvan ainakin osittain itsevarmuudesta ja opiskelun mielekkyydestä (Middleton ja Spanias, 1999, s. 67). Koska motivaatio näyttää jollain tapaa rakentuvan kolmesta muusta tutkitusta osa-alueesta, sen roolia omana osionaan ATMI-kyselyssä voisi kyseenalaistaa. Toisaalta aiemman tutkimuksen perusteella motivaatiolla näyttäisi olevan myös muista osa-alueista riippumaton vaikutus opiskelijan toimintaan (Hannula, 2012, s. 144).

8.2 Affektiivisten tekijöiden muutokset ja muutoksiin vaikuttaneet tekijät

Pärjääminen kurssin loppukokeessa oli yhteydessä affektiivisten tekijöiden positiiviseen muutokseen kurssin aikana. Osittain tämä voi selittyä sillä, että loppukyselyyn vastattiin melko pian kokeen jälkeen, jolloin opiskelijoiden kokeeseen liittyvät tuntemukset olivat vielä pinnassa. Toisaalta on luonnollista, että kurssin aikana tapahtuneet muutokset ovat yhteydessä nimenomaan kurssin aikana omaksuttuun osaamiseen. Vaikka alkutaitotestillä ja kurssin aikana tehdyillä tehtävillä oli selvä yhteys vain motivaation muutokseen, niin ne ovat välillisesti vaikuttaneet myös loppukokeessa suoriutumiseen ja siten olleet yhteydessä muutokseen muissakin osa-alueissa.

Myös aiemmissa tutkimuksissa hyvän osaamistason on havaittu olevan yhteydessä opiskelijan itsevarmuuteen, motivaatioon, ja matematiikan arvostukseen positiivisesti (Bandura, 2010, s. 2–8, Joutsenlahti ym., 2018, s. 61; Middleton ja Spanias, 1999, s. 67). Tutkimuksen mukaan osaamistaso oli vähiten yhteydessä opiskelun mielekkyyteen, mikä on myös linjassa aiemman tutkimuksen kanssa (McLeod, 1992, s. 581–582). Kaiken kaikkiaan selkein yhteys opiskelijan osaamistasolla ja tehtävien teolla oli kuitenkin motivaatioon. Tämä voi johtua osittain siitä, että ulkoinen ja sisäinen motivaatio rakentuvat jollain tapaa kolmesta muusta osa-alueesta. (Middleton ja Spanias, 1999, s. 67; Singh ym., 2002, s. 330–331). Toisaalta erityisesti motivaation on havaittu rakentuvan varhaisten koulukokemusten ja osaamisen pohjalta, joten sen tiivis suhde osaamistasoon on ymmärrettävää (Joutsenlahti ym., 2018, s. 61).

Kvalitatiivisen analyysin perusteella näytti siltä, että heikompi osaamistaso on ollut motivaation lisäksi erityisesti yhteydessä myös itsevarmuuden heikkenemiseen. Toisaalta heikko osaamistaso on lisännyt myös matematiikka-ahdistuksen kokemusta. Itsevarmuus on ollut myös aiemman tutkimuksen perusteella voimakkaasti yhteydessä opiskelijan osaamistasoon ja onnistumisen kokemuksiin. Matematiikka-ahdistus on aiemmissa tutkimuksissa liittynyt erityisesti huonon itsevarmuuden ja stressin yhdistelmään, ja se on yleisempää opiskelijoilla, joilla osaamistaso on heikompi. (Bandura, 2010, s. 2–8; Betz, 1978, s. 446) Matematiikka-ahdistus liitettiin tässä tutkimuksessa myös kurssijärjestelyihin. Muuttuva ohjeistus ja viime tipassa tapahtunut viestintä ovat voineet lisätä opiskelijoiden stressiä ja siten vaikuttaa myös ahdistuksen lisääntymiseen. Kurssijärjestelyt näyttivät aiheuttavan ahdistusta erityisesti heikommille osaajille. Hyvät ja itsevarmat osaajat nimittäin kokivat kurssijärjestelyt useammin ärsyttävinä kuin ahdistavina.

Motivaatio ja itsevarmuus yhdistyivät aiemmassa tutkimuksessa opiskelijan kyvykkyyskäsitykseen. Heikko itsevarmuus voi saada opiskelijan ajattelemaan, että epäonnistuminen johtuu omasta puutteellisesta kyvykkyydestä, mikä voi johtaa haasteiden välttelyyn ja negatiivisiin tunnekokemuksiin, kuten ahdistukseen. Opiskelija ei usko, että hän voisi ahkeralla harjoittelulla vaikuttaa omaan oppimiseensa. Koska epäonnistumisten uskotaan väistämättä toistuvan jatkossakin, opiskelijan motivaatio heikkenee. Jotain tämän tapaista voidaan ajatella tapahtuneen myös kurssilla Matematiikka I. Toisaalta epäonnistumisen pelko näytti kurssilla selittävän ahdistusta myös osalla hyvistä osaajista. Tämänkaltainen ahdistus ilmeni erityisesti ennen kurssin loppukoetta. (Ahonen, ym., 2019, s. 130–133; Bandura, 2010, s. 3–4; Reyes, 1984, s. 568–569; Weiner, 1972, s. 210.) Itsevarmuuden ja motivaation heikkenemisen sekä matematiikka-ahdistuksen syiksi raportoitiin erityisesti kurssin haastavuus ja laaja sisältö. Opiskelijoiden osaamistaso ja kurssin haasteellisuus eivät siis ole kohdanneet. Kuten myös Liljedahl (2016) on todennut, osaamistason ja haasteellisuuden kohtaamattomus aiheuttaa opiskeluun sitoutumattomuutta, itsevarmuuden heikentymistä ja ahdistusta.

Mielekkyyden heikkeneminen ei tutkimuksessa varsinaisesti liittynyt matematiikkaan, vaan enemmänkin ulkoisiin kurssin järjestelyihin liittyviin tekijöihin. Esimerkiksi kurssin epäjohdonmukaisia toimintatapoja kritisoitiin. Opiskelun mielekkyys on aiemmissakin tutkimuksissa yhdistynyt kurssien opetutapoihin ja tunne opiskelun mielekkyydestä on usein esiintynyt myös hetkellisenä tilana. Koska tunne mielekkyyden heikkenemisestä on liittynyt hetkellisesti kurssiin Matematiikka I, se ei ole näkynyt vastauksena ATMI-kyselyssä. (McLeod, 1992, s. 581.)

Aiemmissa tutkimuksissa on havaittu opiskelun mielekkyyden heikentymistä, jos opiskelijan taitotaso on opetuksen sisältöihin nähden liian hyvä (Liljedahl, 2016). Tässä tutkimuksessa näytti kuitenkin siltä, että esimerkiksi lukion pitkän matematiikan hiljattain käyneet opiskelijat eivät juurikaan kokeneet mielekkyyden heikentymistä kurssin aiheisiin liittyvistä syistä. Opiskelijat olivat jopa mielissään mahdollisuudesta kerrata aiempia opintoja, ja kertaaminen vaikutti opiskelun mielekkyyteen, motivaatioon ja itsevarmuuteen positiivisesti. Aiempaan verraten uuden tiedon ja käytännön esimerkkien puuttumisen opiskelijat yhdistivätkin erityisesti arvostukseen. Tämä on ymmärrettävää, sillä arvostus kuvaa sitä, miten tarpeelliselta ja hyödylliseltä matematiikan opiskelu tuntuu opiskelijan oman elämän kannalta (Tapia ja Marsh, 2004).

Tutkimuksessa selvisi, että arvostus oli heikentynyt ATMI-kyselyn numeerisen analyysin perusteella, mutta säilynyt ennallaan avointen kysymysten sisällönerittelyn perusteella.

ATMI-kyselyn arvostusosion kysymyksiä ovat esimerkiksi *”Matematiikka on tärkeää jokapäiväisessä elämässä”*, *”Matematiikan kursseista on hyötyä riippumatta siitä, mitä aion opiskella ja tehdä työkseni tulevaisuudessa”* ja *”Vahva matematiikan osaaminen voisi auttaa minua työelämässä”*. Väittämät siis selvittivät melko täsmällisesti sitä, ymmärtääkö opiskelija matematiikan yhteyden omien opintojensa ja urasuunnitelmiensa kannalta. Opiskelijoilla saattoi olla yliopisto-opintojensa alussa olla tietynlaisia odotuksia matematiikan kurssille. Kun omaan alaan liittyviä käytännön esimerkkejä ei kurssilla tullutkaan kovin paljon vastaan, niin vastaukset kyselyyn ovat voineet olla korostuneenkin negatiivisia.

Avoimessa kysymyksessä kysyttiin, muuttiko kurssi opiskelijan käsitystä matematiikan hyödyllisyydestä ja tarpeellisuudesta. Kysymyksen muotoilu saattoi ohjata opiskelijaa pohtimaan, onko arvostus parantunut kurssin aikana. Tämä selittäisi runsaan määrän *"ei muutosta"* -vastauksia. Kvalitatiivisen ja kvantitatiivisen tuloksen ristiriidassa voi siis olla myös kyse ATMI-kyselyn kysymysten ja avoimen kysymyksen välisestä sävyerosta.

Toisaalta on mahdollista, että opiskelijat eivät ole itse tajunneet, miten paljon arvostus matematiikkaa kohtaan on todellisuudessa heikentynyt. Ristiriitaan voi vaikuttaa myös se, ovatko opiskelijat avoimiin kysymyksiin vastatessaan ymmärtäneet arvostuksen määritelmän kuten Tapia ja Marsh (2004) ovat tarkoittaneet.

Syitä kvalitatiivisen ja kvantitatiivisen tuloksen ristiriidalle voi olla monta, mutta tulos oli jokatapauksessa selvä: Kurssille kaivataan kipeästi enemmän opiskelijoiden omaan alaan liittyviä sisältöjä.

8.3 Ehdotuksia jatkotutkimukselle

Opiskelijan aiemmat matematiikan opinnot näyttivät vaikuttavan osaamisen ja affektiivisten tekijöiden kehittymiseen kurssilla Matematiikka I. Jatkotutkimuksissa olisi kiinnostavaa selvittää tarkemminkin, miten paljon esimerkiksi lyhyen tai pitkän matematiikan opiskelu lukiossa on vaikuttanut opiskelijan kokemuksiin. On kuitenkin huomioitava, että kaikki kurssin opiskelijat eivät välttämättä ole käyneet lukiota. Aiempien matematiikan opintojen lisäksi voisi olla tarpeellista tarkastella niistä kulunutta aikaa, sillä kurssille osallistuu hyvin eri ikäisiä opiskelijoita.

Kurssin kehittämisen kannalta olisi hyödyllistä tarkastella oppimista ja affektiivisia tekijöitä tarkemmin suhteessa kurssin opetusmuotoihin. Tämä antaisi lisätietoa siitä, mitkä opetusmuodot opiskelijat ovat kokeneet hyödyllisiksi. Jatkotutkimuksissa voisi lisäksi selvittää, erosivatko kokemukset vapaaehtoisiin ohjausryhmiin osallistuneiden ja osallistumattomien välillä.

Kurssin loppukyselyn yhteydessä kerättiin tietoja edellä lueteltuihin jatkotutkimusaiheisiin liittyen, mutta niiden käsittely ei mahtunut pro gradu -tutkielman laajuuteen.

Luku 9

Kehitysehdotuksia kurssille

Vaikka pohdintaosiossa tuotiin esiin useita negatiivisia muutoksia, kurssitoteutuksessa oli paljon hyvääkin. Tehtävien teon merkityksen painottaminen kannatti, sillä se oli selkeästi kurssin suosituin suoritustapa. Tehtävien teko on opiskelijoiden omienkin kokemusten mukaan johtanut osaamisen parantumiseen kurssin aikana. Myös varsinaisen kurssin STACK-tehtävät toimivat hyvin ja opiskelijat kokivat ne hyödyllisiksi. Ohjaustilaisuuksista ja niissä annetusta henkilökohtaisesta tuesta koettiin olevan apua.

Suuri osa opiskelijoista koki affektiivisten tekijöiden pysyneen kurssin aikana ennallaan tai parantuneen, mutta toisaalta kaikki opiskelijat kokivat osaamistasonsa pysyneen vähintäänkin ennallaan. Tutkimuksen tulokset osoittivat, että vaikka suuri osa opiskelijoista koki osaamisensa parantuneen tai syventyneen kurssin aikana, affektiivisissa tekijöissä oli tapahtunut negatiivisiakin muutoksia. Tästä syystä kurssia kehittäessä olisi hyvä keskittyä osaamisen kehittämisen lisäksi myös affektiivisiin tekijöihin. Toisaalta on syytä muistaa, että ahkerasta harjoittelusta ja osaamisen kehittymisestä huolimatta moni matematiikan lähtötasoltaan heikompi opiskelija ei kurssin aikana saavuttanut riittävää osaamistasoa kurssin läpäisemiseksi.

Tutkimustulosten mukaan opiskelun mielekkyys ja matematiikan arvostus heikentyivät monella kurssin aikana. Opiskelun mielekkyys ja matematiikan arvostus ovat yhteydessä siihen, halutaanko matematiikkaa opiskella vapaaehtoisesti (McLeod, 1992, s. 581–582; Middleton ja Spanias, 1999, s. 71; Reyes, 1984, s. 571–572). Olisi siis tärkeää kehittää kurssin opetusta ja sisältöjä siten, että opiskelun mielekkyys ja matematiikan arvostus eivät laskisi.

Vähintään yhtä tärkeää olisi kuitenkin keksiä keinoja vaikuttaa kurssin aiheittamaan itsevarmuuden ja motivaation laskuun sekä ahdistuksen kokemukseen heikompien osaajien keskuudessa. Esimerkiksi puuttuva itsevarmuus ennakoi selkeästi heikompaa suoriutumista (Goolsby ym., 1988, s. 24–25) ja matematiikka-ahdistus voi jopa estää oppimista (Ashcraft ja Kirk, 2001, s. 235–236). Motivaation ja osaamisen suhde on vanhemmalla iällä vastavuoroinen, joten kurssia kehittämällä on mahdollista vaikuttaa myös opiskelijoiden haluun opiskella matematiikkaa (Joutsenlahti ym., 2018, s. 61).

Kurssijärjestelyjen vaikutus opiskelun mielekkyyteen ja ahdistukseen oli huomattava. Tämä oli muistutus siitä, että jatkossa muutoksia on hyvä toteuttaa riittävän pienin askelin ja seuraavalla kerralla kurssitoteutuksen yksityiskohtia on järkevää hioa toimivimmiksi. Ajoissa tapahtuvan kurssisuunnittelun ja johdonmukaisen viestinnän arvoa ei pidä myöskään väheksyä.

Kehittämistarpeista keskusteltiin kurssin jälkeisessä palaverissa, johon osallistui kurssin opettaja, maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan vastuuhenkilöitä sekä matematiikan opetuksen ammattilainen matemaattis-luonnontieteellisestä tiedekunnasta. Kurssia aiotaan ryhtyä kehittämään kokemusten perusteella aiempaa toimivammaksi. Tässä luvussa esitellään joitakin konkreettisia keinoja vaikuttaa kurssin opetukseen.

9.1 Lähtötasotesti ja kertausjakso

Opiskelijoiden lähtötaso kurssilla Matematiikka I selvitettiin alkutaitotestillä, jonka perusteella osa opiskelijoista ohjattiin kertausjaksolle. Opiskelijoiden mielestä pakollisesta kertausjaksosta ilmoitettiin liian myöhään, eikä se monen mielestä riittänyt paikkaamaan osaamisen aukkoja ennen kurssin alkua. Kertausjakso ja siihen liittyvä tiedotus olisi jatkossa hyvä järjestää riittävän ajoissa.

Tampereen teknillisen yliopiston (TTY) kokemusten mukaan on tärkeää, että opiskelija tunnistaa oikean taitotasonsa matematiikassa jo heti opintojen alussa. TTY:ssä perustaitotestin tulokset lisäksi välitetään koulutusohjelmien johtajille, jotta opetuksen sisältöjä voitaisi kehittää vastaamaan erilaisten opiskelijoiden tarvetta. Myös opettaja hyödyntää testin tuloksia kurssin suunnittelussa. (Joutsenlahti ym., 2018, s. 455–456.) Tästä voisi ottaa mallia ja hyödyntää alkutaitotestin tuloksia nykyistä enemmän myös kurssin Matematiikka I suunnittelussa.

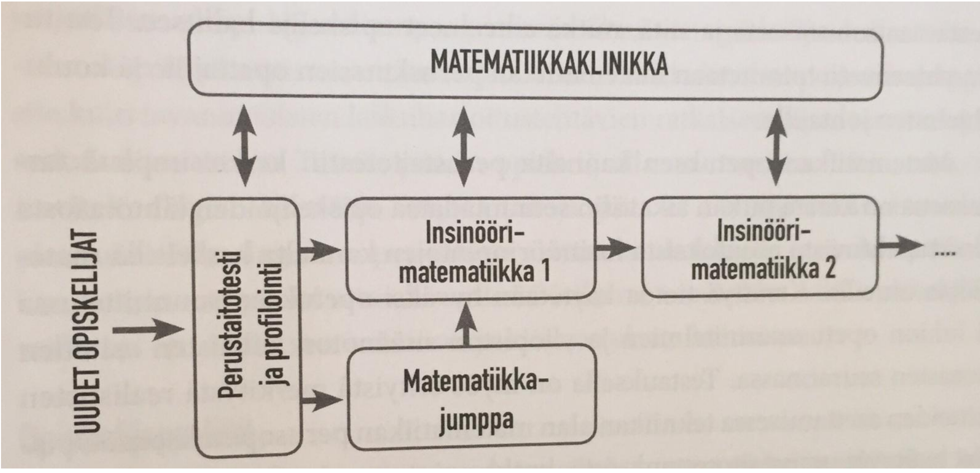
TTY:ssä opiskelijat valitsevat testin yhteydessä itseään kuvaavan oppijan profiilin. Valittavissa profiilit ovat osaaja, omin päin opiskeleva, pintasuuntautunut mallista oppija, vertaisoppija ja tukea tarvitseva. Opiskelija voi valita myös useita itseään kuvaavia profiileja. Profiloinnin avulla kartoitetaan, millaisia opetuksen muotoja kurssilla on järkevää olla saatavilla ja kuinka vastaanottavaisia opiskelijat ovat opetukselle. Profilointi voi saada myös opiskelijat reflektoimaan omaa tapaansa opiskella matematiikkaan ennen kurssin alkua. (Joutsenlahti ym., 2018, s. 457.)

Syksyllä 2019 kurssin Matematiikka I kertausjakson harjoittelu perustui perinteiseen kirjallisten tehtävien tekoon, sillä sähköisiä, satunnaistettuja ja välitöntä palautetta antavia STACK-tehtäviä kehitettiin vasta kurssin aikana. Jatkossa kehitettyjä tehtäviä kannattaa hyödyntää myös kertausjaksolla. Esimerkiksi TTY:ssä sähköisiä tehtäviä on hyödynnetty siten, että opiskelijat pääsevät etenemään kertausjaksolla omassa tahdissa sekä saavat suorituksestaan välitöntä harjoittelua ohjaavaa palautetta ja tarpeeksi osaamista kehittäviä toistoja (Joutsenlahti ym., 2018, s. 460–461).

Kurssin Matematiikka I opiskelijat kokivat, että kertausjakson ohjaustilaisuuksissa ei ollut riittävästi apua tarjolla. Itsenäisen harjoittelun tueksi olisikin jatkossa hyvä järjestää jonkinlaista opettajajohtoista opetusta myös kertausjaksolla. Opettajajohtoisella opetuksella tarkoitetaan tässä kontekstissa esimerkiksi lyhyitä kaikille yhteisiä ja keskustelevia tilanteita, joissa opettaja varmistaa, että opiskelijoilla on tarvittavat tiedot ja taidot alkaa itsenäisesti harjoittelemaan kertausjakson aiheita. Lisäksi riittävää materiaalia tehtävien teon tueksi olisi hyvä olla saatavilla. Tietokonetehtävät, hyvin toteutettu opettajajohtoinen opetus ja materiaali voivat vapauttaa ohjaajien resursseja henkilökohtaisen tuen tarjoamiseen. (Ahonen ym., 2019, s. 79–80; Joutsenlahti ym., 2018, s. 460–462.)

Vaikka monella opiskelijalla oli kurssilla suuri tarve kertaukselle, kertausjaksoon kohdistui paljon kritiikkiä sen pakollisuudesta johtuen. Osittain tämä voi johtua siitä, että ilmoitus ylimääräisestä opintojaksosta tuli melko myöhään. Toisaalta on mahdollista, että opiskelijat eivät ymmärtäneet kertauksen olevan heidän omaksi hyödykseen, kuten pakollisilla kursseilla saattaa käydä (Chiel ym., 2010, s. 248). Osa opiskelijoista suoritui alkutaitotestistä omaa taitotasoaan paremmin, mikä voi kertoa siitä, että suorituksessa on voitu hyödyntää ulkopuolisen apua. Kertausjakson pakollisuuden sijasta voisi olla järkevää korostaa sitä, että se on tarkoitettu opiskelijoiden omaksi parhaaksi ja kurssin onnistunut suorittaminen vaatii riittävän pohjaosaamisen. Tällöin myös alkutaitotestiin vastaaminen rehellisesti oman tason mukaisesti on kannattavaa.

TTY:n kokemusten mukaan kertausjaksoon panostaminen ja tuen jatkaminen varsinaisen kurssin aikana kannattaa, sillä se on parantanut opiskelijoiden matematiikan osaamista ja opiskeluun liittyviä affektiivisia kokemuksia (Joutsenlahti ym., 2018, s. 461–462). Kuvassa 9.1 on esitetty TTY:n matematiikan opetuksen rakenne ja tarjolla olevat tukimuodot suhteessa varsinaisiin matematiikan kursseihin. Matematiikkajumppa tarjoittaa sähköisten STACK-tehtävien suorittamista ja matematiikkaklinikka henkilökohtaista ohjausta ja tukea tehtävien tekoon. TTY:ssä on lisäksi perustettu opiskelijoiden opiskelijayhteisöön integroitumista tukeva verkkoalusta, jossa on muodostettu opintopiirejä ja tarjottu apua ongelmiin matematiikassa. (Joutsenlahti ym., 2018, s. 463.)



Kuva 9.1: Matematiikan opetuksen tukimuotoja TTY:ssä (Joutsenlahti ym. 2018, s. 455).

9.2 Lähtötason huomioiminen kurssilla

Kurssilla kannattaisi entistä vahvemmin huomioida, onko kaikille opiskelijoille mahdollista opettaa samat sisällöt. Lukion lyhyen matematiikan opiskelija, jolla on huono itsevarmuus, on hyvin eri asemassa kuin lukion pitkän matematiikan käynyt opiskelija, jolla on hyvä itsevarmuus ja motivaatio oppia. Jatkon kannalta on tärkeää tarkentaa, mikä on kurssilla vaadittava osaamisen vähimmäistaso kurssin läpäisemiseksi. Toisaalta on pohdittava, miten näihin tavoitteisiin voitaisiin realistisesti päästä. Opiskelijan lähtötason, kurssityöskentelyn ja loppuosaamisen on oltava linjassa keskenään. Opiskelun tavoitteet on myös pystyttävä selvästi kertomaan opiskelijoille. (Ahonen ym. 2019, s. 142; Csikszentmihalyi, 2014; Liljedahl, 2016.)

Opiskelun tavoitteita olisi hyvä pohtia myös affektiivisia kokemuksia silmällä pitäen. Miten opiskelijat saataisiin arvostamaan matematiikkaa osana maatalous- ja metsätieteitä tai kokemaan mielekkäitä, itsevarmuutta sekä motivaatiota kohentavia onnistumisen kokemuksia kurssin aikana? Kurssilla opiskellaan hyvin laaja asiasisältö lyhyessä ajassa, mikä on tulosten mukaan vaikuttanut affektiivisiin kokemuksiin negatiivisesti. Jatkossa olisi hyvä huomioida, halutaanko kurssilla vaikuttaa opiskelijoiden suhtautumiseen ja affektiivisiin kokemuksiin vai onko tärkeämpää, että opiskelijat vain suorittavat tietyt asiakokonaisuudet ja pääsevät tietylle osaamisen tasolle, vaikka se vaikuttaisi negatiivisesti opiskelijoiden haluun opiskella matematiikkaa jatkossa.

Kurssikoe ja sen läpipääsyvaatimus ovat aiheuttaneet monelle opiskelijalle stressiä ja ahdistusta. Koealue on tuntunut laajalta, mikä on vaikeuttanut asioiden sisäistämistä. Perusasioita mittaava tentti ja sitä ohjaava esimerkkiversio eivät toimineet täysin toivotulla tavalla opiskelijoiden oppimisen tukemista ja hallinnan tunnetta lisäävänä tekijöinä. Yksi ratkaisuvaihtoehto voisi olla jakaa kurssin sisällöt pienempiin osiin. Tällöin osaamista voisi osoittaa niin, että opittava sisältö ei ehdi kasvaa liian suureksi. Eri osaamistason opiskelijat voisivat myös keskittyä itselle sopivaan sisältöjen laajuuteen, eikä kaikilla tarvitsisi olla tavoitteena oppia samoja asioita.

Kurssin STACK-tehtävien avulla oli mahdollista arvoioida opiskelijan suoritusta tasaisesti kurssin aikana ja tehtävien vaikutus arvosanaan kannustikin opiskelijoita tekemään tehtäviä ahkerasti. Positiivisten vaikutusten perusteella kurssitehtävien merkitystä kurssin läpäisyn kannalta voisi jopa lisätä. Pakollisella kurssilla opiskelijoiden on kuitenkin hyvä antaa edelleen itse valita suoritustapa (Chiel ym., 2010, s. 248).

9.3 Kurssin sisältöjen liittäminen opiskelijoiden omiin aloihin

Tutkimuksen tulosten mukaan opiskelijat eivät kokeneet arvostuksensa matematiikkaa kohtaan parantuneen kurssin aikana. ATMI-kyselyn numeerisen analyysin perusteella arvostus oli jopa heikentynyt koko otoksen mittakaavassa. Arvostuksen laskua on selitetty matematiikan uusien käyttökohteiden ja oman alan esimerkkien puutteella. Matematiikan arvostuksen syntyminen vaatisi tietoa siitä, mihin matematiikkaa omassa elämässä ja opinnoissa tarvitaan (Reyes, 1984, s. 571–572). Keskeiseksi haasteeksi kurssilla onkin noussut maatalous-metsätieteellisen tiedekunnan alaan sopivien käytännön esimerkkien ja tehtävien kehittäminen.

Tieteiden välinen yhteistyö on tuottanut biologian johdantokursseilla yliopistossa hyviä tuloksia. Esimerkiksi Marylandin yliopiston verkkoalustan tehtävissä harjoitellaan muun muassa mittauksia ja yksikkömuunnoksia, logaritmisia asteikkoja, kuvaajien piirtämistä ja tulkitsemista sekä tulosten vertailua. Aiheita käsitellään biologisten prosessien näkökulmasta. Lisäksi on käytetty interaktiivisia tehtäviä ja kuvia sekä kyselyitä mittaamaan opiskelijan ymmärrystä. Verkkoaineiston soveltamista harjoiteltiin myös käytännön harjoituksissa kurssin aikana. Opetuksella näyttäisi olevan pitkäkestoinen vaikutus opiskelijoiden matematiikan arvostukseen, sillä verkkoalustaa alkuvaiheen opinnoissaan käyttäneet piskelijat ymmärsivät muita paremmin matematiikan hyödyllisyyden ja välttämättömyyden biologiassa myös valmistuessaan. (Thompson ym. 2010, s. 277–282.)

Marylandin yliopiston verkkoalusta on onnistunut myös parantaamaan opiskelijoiden laskennallisia taitoja ja heikompien osaajien varmuutta laskea matematiikkaa. Myös virheet opittiin hyväksymään paremmin osaksi oppimista. Erityisesti tehtävien interaktiivisuus, materiaalin informaalius ja huumori, mahdollisuus harjoitella omassa tahdissa tarpeeksi sekä tehtävien välitön palaute ja itsearviointi koettiin toimiviksi. (Thompson ym. 2010, s. 282.)

Tieteiden välisellä yhteistyöllä rakennetun biologian oppikirjan avulla opiskeltavia aiheita lähestytään matematiikan kautta. Opiskelijat rakentavat osaamistaan tutustumalla kirjan ajankohtaiseen ja aitoon tutkimusdataan sekä kaavioihin. Opiskelijat myös tekevät kvantitatiivista analyysia ja aineistojen tulkintaa. Uutta oppikirjaa käyttäneet opiskelijat olivat oppineet kurssin biologiaan liittyvän asiasisällön yhtä hyvin kuin perinteistä oppikirjaa käyttäneet opiskelijat. Tämän lisäksi uutta oppikirjaa käyttäneillä opiskelijoilla oli kurssin jälkeen paremmat taidot tulkita ja analysoida dataa. Myös biologian olemus osittain matemaattisena tieteenalana ymmärrettiin paremmin. (Barsoum ym., 2013, s. 106–114.)

Kurssilla Matematiikka I olisi jatkossa järkevää pohtia tieteiden välisen yhteistyön ja yhteisopettajuuden mahdollisuutta kurssin kehittämiseksi. Alaan liittyviä esimerkkejä voisi esitellä luennoilla tai laajempien tehtävien muodossa. Erilaiset laajemmat projektit ja soveltavat tehtävät sopivat erityisesti niille opiskelijoille, joilla lähtötaso on hyvä (Ahonen ym., 2019, s. 79–80). Toisaalta ryhmätöissä on mahdollista hyödyntää opiskelijoiden erilaista tasoa (Chiel ym., 2010, s. 148). Myös reaalimaailman ilmiöiden matemaattinen mallintaminen ja tietokoneen hyödyntäminen erilaisissa simulaatioissa voivat parantaa opiskelijoiden ymmärrystä matematiikan merkityksestä yhteiskunnassa ja antaa valmiuksia toimia työelämässä (Joutsenlahti ym., 2018, s. 470).

Kurssin Matematiikka I käytännön esimerkit vaikuttivat yksittäisten opiskelijoiden kohdalla matematiikan arvostuksen parantumiseen ja ymmärryksen syventymiseen. Muun muassa derivaatan käytännön sovelluksia sekä erilaisia reaalimaailman ilmiöitä mallintavia kuvaajia pidettiin mielenkiintoisina. Osa lukiossa pitkän matematiikan käyneistä hyvistä osaajista innostui myös matriisien opiskelusta, sillä ne olivat heille kurssin ainoa uusi asia. Yksittäiset opiskelijat olivat havainneet kurssin yhteyden esimerkiksi fysiikan, tilastotieteen ja ekonomian kursseihin, mikä oli parantanut matematiikan arvostusta. Matematiikka I -kurssin yhteyksiä muihin kursseihin tai opintoihin olisi siis hyödyllistä selventää opiskelijoille. Kaiken kaikkiaan tulokset antoivat vahvistusta ajatukselle, että kurssin sisältöjä on mahdollista kehittää parempaan suuntaan. Yksittäisilläkin tehtävillä voi olla vaikutusta opiskelijoiden kokemaan matematiikan arvostukseen (Reyes, 1984, s. 571).

Luku 10

Lähteet

Ahonen, T., Aro, M., Aro, T., Lerkkanen, M., Siiskonen, T., Meronen, A. Bast, T. (2019). *Oppimisen vaikeudet* (1. painos.). [Jyväskylä]: Niilo Mäki Instituutti.

Ames, C. (1992). Classrooms: Goals, structures, and student motivation. *Journal of educational psychology*, 84(3), 261.

Amit, M. (1988). Career choice, gender and attribution patterns of success and failure in mathematics. Teoksessa *Proceedings of the twelfth annual conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, s. 125–130).

Ashcraft, M. H., Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of experimental psychology: General*, 130(2), 224.

Bandura, A. (2010). Self-efficacy. *The Corsini encyclopedia of psychology*, 1–3.

Barsoum, M. J., Sellers, P. J., Campbell, A. M., Heyer, L. J., Paradise, C. J. (2013). Implementing recommendations for introductory biology by writing a new textbook. *CBE—Life Sciences Education*, 12(1), 106–116.

Betz, N. E. (1978). Prevalence, distribution, and correlates of math anxiety in college students. *Journal of counseling psychology*, 25(5), 441.

Buxton, L. (1981). *Do you Panic about Maths?: coping with maths anxiety.* Vintage.

Chiel, H. J., McManus, J. M., Shaw, K. M. (2010). From biology to mathematical models and back: teaching modeling to biology students, and biology to math and engineering students. *CBE—Life Sciences Education*, 9(3), 248–265.

Csikszentmihalyi, M. (2014). Toward a psychology of optimal experience. Teoksessa *Flow and the foundations of positive psychology* (s. 209–226). Springer, Dordrecht.

DeBellis, V. A., Goldin, G. A. (2006). Affect and meta-affect in mathematical problem solving: A representational perspective. *Educational Studies in mathematics*, 63(2), 131–147.

Dwyer, E. E. (1993). Attitude Scale Construction: A Review of the Literature.

Edwards, M. G. (2008). Evaluating integral metatheory. *Journal of Integral Theory and Practice*, 3(4), 61–83.

Fennema, E., Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman mathematics attitudes scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for research in Mathematics Education*, 7(5), 324–326.

Feser, J., Vasaly, H., Herrera, J. (2013). On the edge of mathematics and biology integration: improving quantitative skills in undergraduate biology education. *CBE—Life Sciences Education*, 12(2), 124–128.

Goolsby, C. B., Dwinell, P. L., Higbee, J. L., Bretscher, A. S. (1988). Factors affecting mathematics achievement in high risk college students. *Research and Teaching in Developmental Education*, 18–27.

Hannula, M. S. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational studies in mathematics*, 63(2), 165–178.

Hannula, M. S. (2012). Exploring new dimensions of mathematics-related affect: embodied and social theories. *Research in Mathematics Education*, 14(2), 137–161.

Hannula, M. S., Bofah, E. A., Tuohilampi, L., Metsämuuronen, J. (2014). A longitudinal analysis of the relationship between mathematics-related affect and achievement in Finland. Teoksessa S. Oesterle, P. Liljedahl, C. Nicol, D. Allan (Toim.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 38 and PME-NA 36* (Vol. 3) (s. 249–256). Vancouver, Canada: PME.

Heikkilä, T. (1998). *Tilastollinen tutkimus*. 5. uudistettu painos. Edita Prima Oy, Helsinki.

Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for research in mathematics education*, 33–46.

Johnson, R. B., Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed methods research: A research paradigm whose time has come. *Educational researcher*, 33(7), 14–26.

Joutsenlahti, J., Silfverberg, H. Räsänen, P. (2018). *Matematiikan opetus ja oppiminen.* [Jyväskylä]: Niilo Mäki Instituutti.

Liljedahl, P. (2016). Flow: A framework for discussing teaching. Teoksessa *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, s. 203–210).

Ma, X. (1997). Reciprocal relationships between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. *The Journal of Educational Research*, 90(4), 221–229.

Maataloustieteiden koulutusohjelman nettisivut. Osoitteessa:
https://www.helsinki.fi/fi/ opiskelijaksi/koulutusohjelmat/maataloustieteiden-kandiohjelma. Viitattu 25.2.2020.

Marylandin verkko-oppimisalusta. Osoitteessa: http://mathbench.umd.edu.
Viitattu 10.12.2019.

Matematiikka I -kurssin kurssisivu. Osoitteessa:
https://courses.helsinki.fi/fi/ME-003/129043051. Viitattu 25.2.2020.

May, R. M. (2004). Uses and abuses of mathematics in biology. *Science*, 303(5659), 790–793.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 575–596.

Meece, J. L., Parsons, J. E., Kaczala, C. M., Goff, S. B. (1982). Sex differences in math achievement: Toward a model of academic choice. *Psychological Bulletin*, 91(2), 324.

Metsätieteiden koulutusohjelman nettisivut. Osoitteessa:
https://www.helsinki.fi/fi/ opiskelijaksi/koulutusohjelmat/metsatieteiden-kandiohjelma. Viitattu 25.2.2020.

Middleton, J. A., Spanias, P. A. (1999). Motivation for achievement in mathematics: Findings, generalizations, and criticisms of the research. *Journal for research in Mathematics Education*, 30, 65–88.

Nohda, N. (2000). Teaching by Open-Approach Method in Japanese Mathematics Classroom.

Pajares, F., Miller, M. D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of educational psychology*, 86(2), 193.

Portaankorva-Koivisto, P., Heinonen, M., Mäkelä, E. (2019). *Kuka meitä opettaa?: Esseitä tietotekniikan opetuksesta.*

Reyes, L. H. (1984). Affective variables and mathematics education. *The elementary school journal*, 84(5), 558–581.

Richardson, F. C., Suinn, R. M. (1972). The mathematics anxiety rating scale: psychometric data. *Journal of counseling Psychology*, 19(6), 551.

Ryan, R. M., Deci, E. L. (2017). *Self-determination theory: Basic psychological needs in motivation, development, and wellness.* Guilford Publications.

Singh, K., Granville, M., Dika, S. (2002). Mathematics and science achievement: Effects of motivation, interest, and academic engagement. *The journal of educational research*, 95(6), 323–332.

Tapia, M. (1996). The Attitudes toward Mathematics Instrument

Tapia, M., Marsh, G. E. (2002). Confirmatory Factor Analysis of the Attitudes toward Mathematics Inventory.

Tapia, M., Marsh, G. E. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly*, 8(2), 16–22.

Tavakol, M., Dennick, R. (2011). Making sense of Cronbach's alpha. *International journal of medical education*, 2, 53.

Thompson, K. V., Nelson, K. C., Marbach-Ad, G., Keller, M., Fagan, W. F. (2010). Online interactive teaching modules enhance quantitative proficiency of introductory biology students. *CBE—Life Sciences Education*, 9(3), 277–283.

Tuomi, J. Sarajärvi, A. (2018). *Laadullinen tutkimus ja sisällönanalyysi* (Uudistettu laitos.). Helsinki: Kustannusosakeyhtiö Tammi.

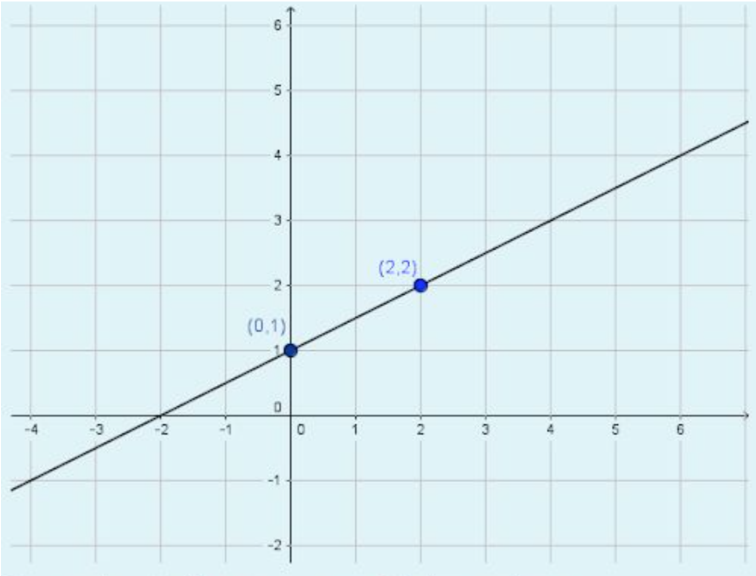
Weiner, B. (1972). Attribution theory, achievement motivation, and the educational process. *Review of educational research*, 42(2), 203–215.

Luku 11

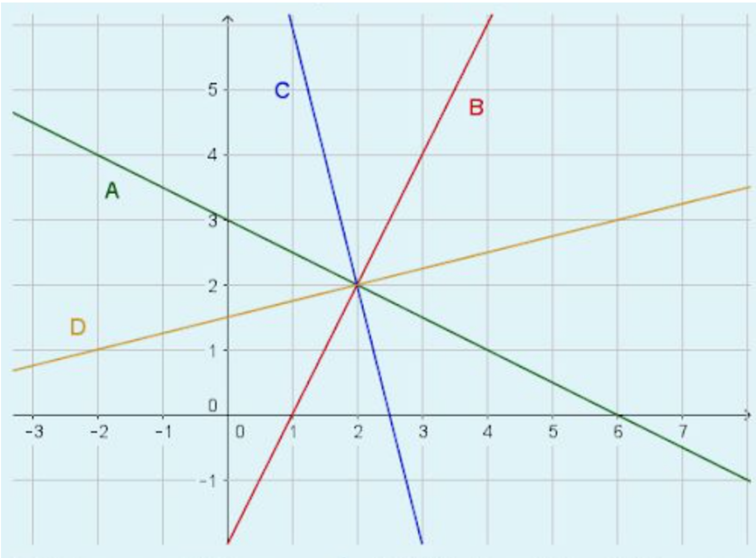
Liitteet

LIITE 1: Alkutaitotesti

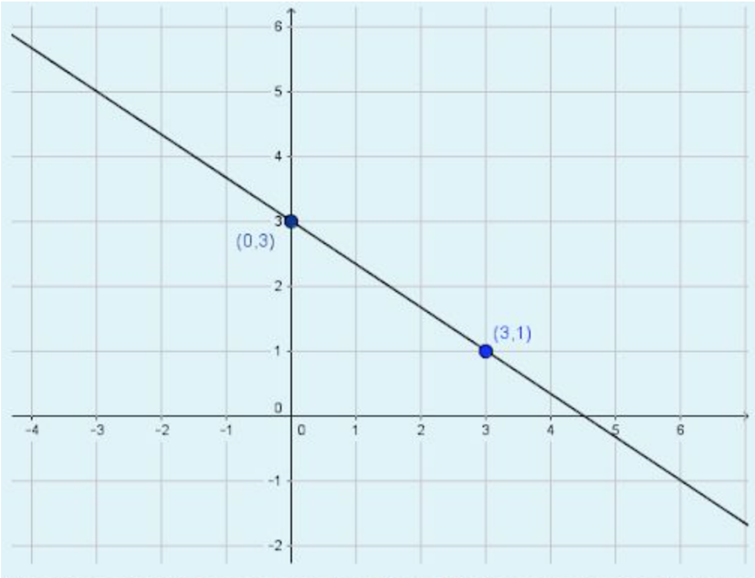
1. Mitä potenssimerkintä 5^4 tarkoittaa? Kirjoita se auki. (Sinun ei tarvitse laskea, mitä potenssista tulee vastaukseksi.)
2. Millä x:n arvolla pätee $3^{x+1} = 27$?
3. Laske seuraavien lausekkeiden arvot, kun $a = 100$ ja $b = 81$. Anna vastaukset tarkkoina arvoina, tarvittaessa murtolukuna $\frac{x}{y}$.
   (a) $\sqrt{a}\sqrt{b}$
   (b) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$
   (c) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
4. Laske lausekkeen $5 \cdot \frac{2}{6}$ arvo. Anna vastaus tarkkana arvona. Sievennä, jos mahdollista.
5. Laske lausekkeen $\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$ arvo. Anna vastaus tarkkana arvona. Sievennä, jos mahdollista.
6. Laske sulut auki lausekkeesta $2(x + 6)$.
7. Laske sulut auki lausekkeesta $(x - 6)(x + 4)$.
8. Sievennä lauseke $\frac{4x^5+10x^2}{2x}$.
9. Ratkaise yhtälö $3 - 7x = 0$. Anna vastaus tarkkana arvona murtolukumuodossa.
10. Ratkaise murtoyhtälö $\frac{x^2}{x-6} + 3 = 0$. Vastaukseksi tulee kaksi x:n arvoa.
11. Määritä kuvassa olevan suoran kulmakerroin k. Anna vastaus tarkkana arvona murtolukumuodossa.



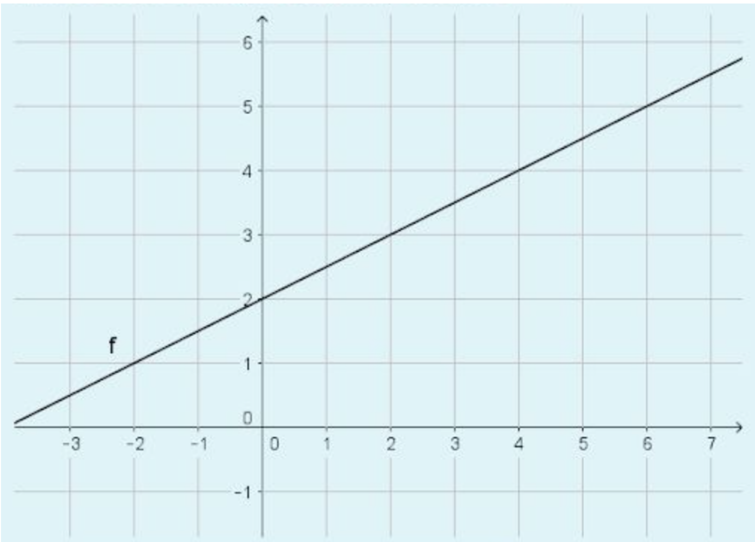
12. Alla olevassa kuvassa on neljä suoraa A, B, C ja D. Minkä suoran yhtälö on $y = -\frac{1}{2}x + 3$?



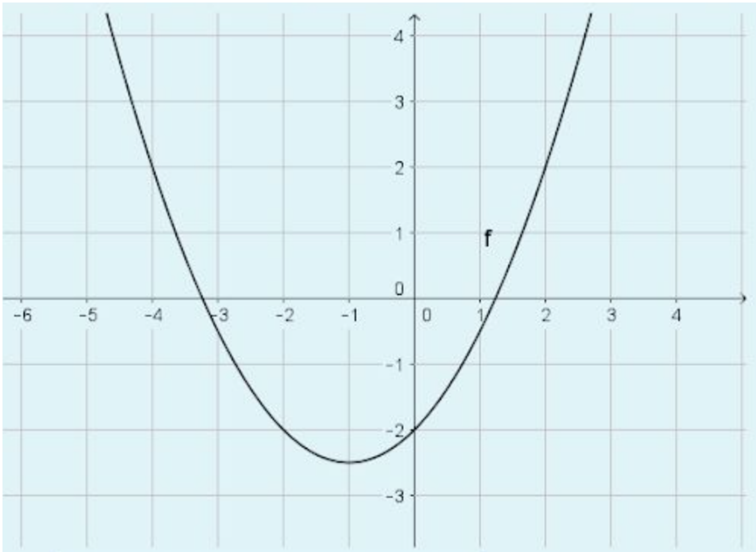
13. Määritä yhtälö alla olevan kuvan suoralle. Muokkaa yhtälö muotoon $y = kx + b$.



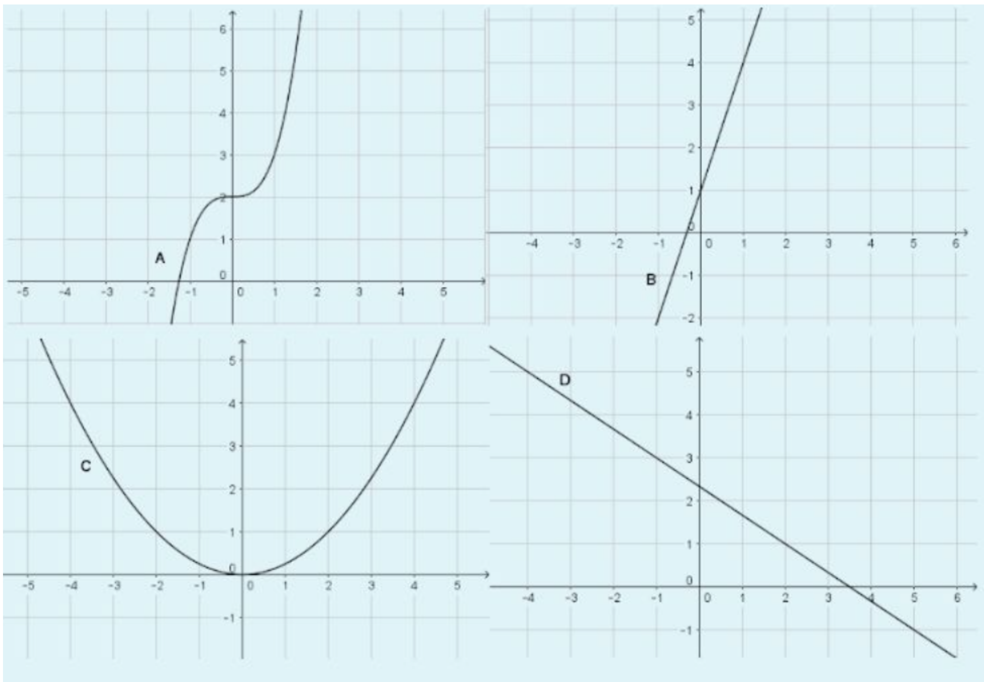
14. Mikä on kuvassa näkyvän funktion f arvo, kun $x = 4$?



15. Alla on piirretty funktion f kuvaaja. Millä x:n arvoilla pätee $f(x) = 2$?



16. Alla on neljän funktion kuvaajat A-D. Mitkä ovat kunkin funktion kuvaajat?



(a) $f(x) = 3x + 1$

(b) $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$

(c) $f(x) = \frac{x^2}{4}$

(d) $f(x) = x^3 + 2$

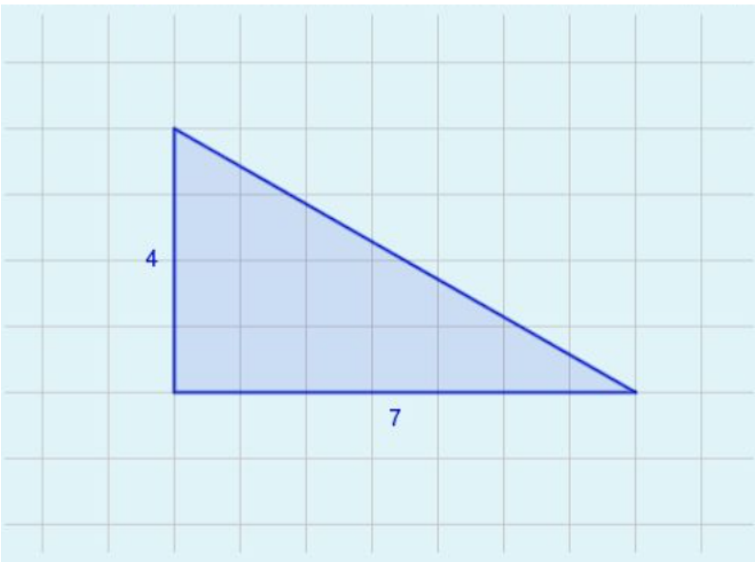
17. Kantoraketti kuluttaa polttoainetta tasaisesti 5 tonnia sekunnissa. Raketin polttoainesäiliöön mahtuu 460 tonnia polttoainetta. Muodosta funktio f, joka ilmaisee jäljellä olevan polttoaineen määrän tonneina ajanhetkellä t, missä t on kulunut aika laukaisusta sekunneissa.

    (a) Anna funktion f lauseke ajan t avulla esitettynä

    (b) Kuinka monta sekuntia laukaisusta ehtii kulua ennen kuin raketin polttoainesäiliö on tyhjä?

18. Määritä muuttujan x arvo, kun $\log_9(x) = 7$. Voit antaa vastauksen myös potenssimuodossa.

19. Alla olevassa kuvassa on suorakulmainen kolmio, jonka kateetin pituudet tiedetään. Mikä on kolmion pinta-ala?



20. Suorakulmaisen kolmion kateettien pituudet ovat 3 ja 2. Mikä on kolmion hypotenuusan pituus? Anna vastaus tarkkana arvona.

LIITE 2: Kurssin loppukoe

Matematiikka I (ME-003)
Syksy 2019
Tentti 16.12.2019
7 tehtävää
Maksimipistemäärä 36

Ratkaise tehtävät 1-4. Valitse lisäksi ratkaistavaksesi kaksi tehtävistä 5-7. Merkitse selvästi, mitkä tehtävät olet valinnut.

Tentissä saa olla mukana laskin ja MAOL-taulukkokirja.

Merkitse tentissä vastauksissasi kaikki laskutoimitukset näkyviin! Pelkkä vastaus ei riitä, jollei toisin mainita.

1. Ratkaise x, a-kohdassa myös y.

   (a) $\begin{cases} \dfrac{6-x}{2} = 2y - 2x - 2 \\ 4y = -3x + 6 \end{cases}$ (2 p)

   (b) $9x^2 + \dfrac{1}{3}x > 2x$ (2 p)

   (c) $7^{2x+1} = 18$ (2 p)

2. Tehtävässä tarkastellaan funktioita

$$f(x) = -2x^2 - 2x + 1{,}5 \qquad \text{ja} \qquad g(x) = \begin{cases} 1, & \text{kun } x < -1 \\ 2x - 1, & \text{kun } x \geq -1. \end{cases}$$

   (a) Laske funktioiden f ja g arvot lähtöarvoilla 0 ja -1. (2 p)

   (b) Piirrä funktioiden f ja g kuvaajat. (2 p)

   (c) Millä lähtöarvoilla funktiot f ja g ovat kasvavia? Pelkkä vastaus riittää. (2 p)

3. Laske.

   (a) $D(2x^5 - 7x + 3)$ (2 p)

(b) $D(\frac{8}{(3x+2)^7})$ (2 p)

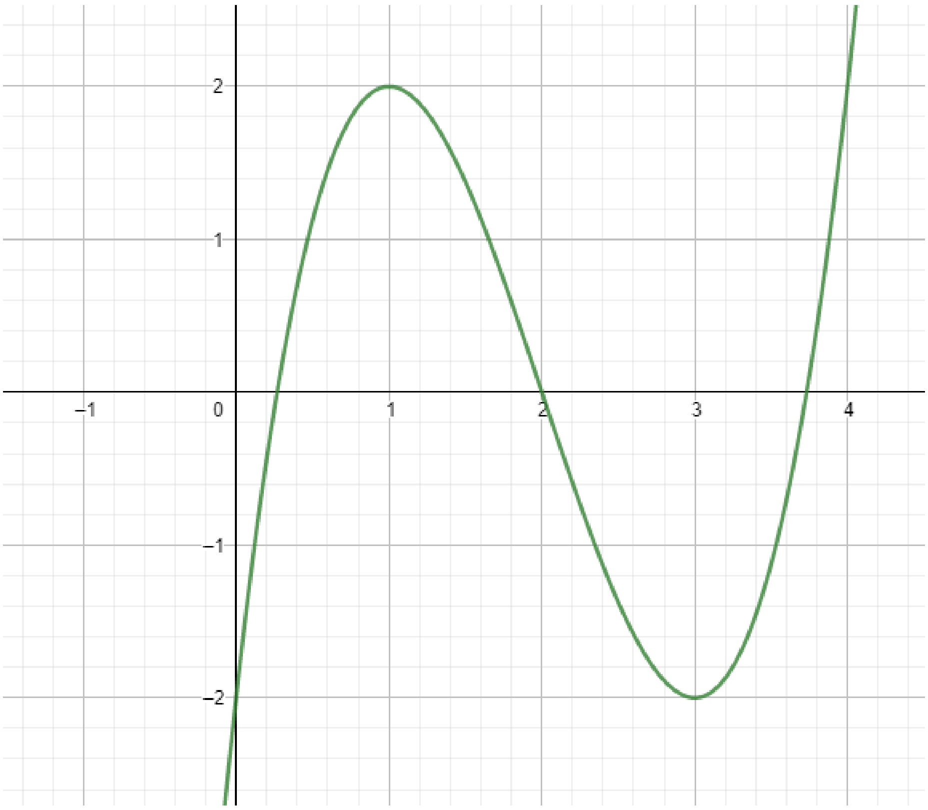
(c) $\int \frac{14x^7 - 8x^3 + x}{2x} dx$ (2 p)

4. Alla näkyy funktion $f(x)$ kuvaaja.

(a) Missä pisteessä tai pisteissä funktion derivaatta on 0? Pelkkä vastaus riittää. (1 p)

(b) Arvioi funktion derivaatta pisteessä 2 derivoimalla graafisesti niin tarkasti kuin osaat. Pelkkä vastaus riittää. (1 p)

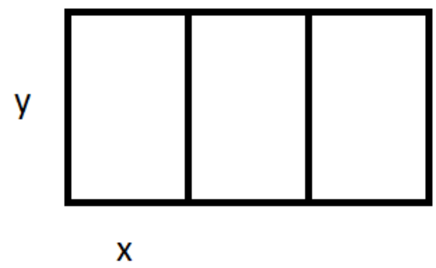
(c) Arvioi funktion integraali välillä [0,1] integroimalla graafisesti niin tarkasti kuin osaat. Pelkkä vastaus riittää. (1 p)



(d) Määritä funktion $g(x) = 6x^2 - 3x$ nollakohdat ja laske integraalin avulla kyseisen funktion kuvaajan ja x-akselin rajoittaman suljetun alueen ala. (Kannattaa piirtää ensin kuvaaja.) (3 p)

Valitse tehtävistä 5-7 kaksi, jotka ratkaiset ja palautat. Merkitse selvästi tenttipaperiisi, mitkä tehtävät olet palauttamassa.

5. Laboratoriokokeessa eräs hiukkanen liikkuu suoraviivaisesti niin, että ajan t(s) kuluttua sen etäisyys s(cm) lähtöpisteestä lähtösuuntaan noudattaa yhtälöä $s(t) = -2t^2 + 6t$
   (a) Ilmaise lauseke, joka kuvaa hiukkasen nopeutta ajan funktiona. Laske sen avulla hiukkasen alkunopeus. (2 p)
   (b) Kuinka kaukana lähtöpisteestään hiukkanen käy ennen kuin alkaa liikkua taaksepäin? (2 p)
   (c) Milloin hiukkanen palaa lähtöpisteeseensä? Mikä on sen nopeus tällöin? (2 p)
6. Maanviljelijä rakentaa eläimilleen kolme samankokoista vierekkäistä aitausta alla olevan kuvan mukaisesti. Kunkin aitauksen toisen sivun pituus on x ja toisen y. Aitamateriaalia on yhteensä 180 m.



   (a) Ilmaise aitausten yhteenlaskettu pinta-ala A x:n funktiona (eli funktiona, jossa ainoa tuntematon muuttuja on x). (2 p)
   (b) Miten sivujen x ja y pituudet pitäisi valita, jotta aitausten yhteenlaskettu pinta-ala olisi mahdollisimman suuri? (2 p)
   (c) Mikä tämä suurin mahdollinen pinta-ala on? (2 p)
7. 3000 euron laina, jolle ei ole määritelty takaisinmaksuaikaa, kasvaa korkoa 12 % vuodessa. Jos rahoja ei vuoden kuluessa makseta, korko lisätään lainan summaan ja lainaehdot säilyvät ennallaan.
   (a) Muodosta funktio, joka kuvaa lainan summaa x vuoden kuluttua. (2 p)

(b) Kuinka paljon velkaa on 6 vuoden kuluttua? (2 p)

(c) Kuinka monen vuoden kuluttua velka kasvaa yli 10 000 euron? (2 p)

Kaavoja

- $\dfrac{1}{x^n} = x^{-n}$
- $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0 <=> x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- $D\,x^k = kx^{k-1}, \quad$ kun k on jokin reaaliluku
- $D\,a = 0, \quad$ kun a on jokin vakio
- $D\big(f(x) \pm g(x)\big) = f'(x) \pm g'(x)$
- $D\big(af(x)\big) = af'(x), \quad$ kun a on jokin vakiokerroin
- $D\big(f(x)g(x)\big) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
- $D\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right) = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
- $D\big(f(g(x))\big) = f'\big(g(x)\big)g'(x)$
- $D\,e^x = e^x$
- $D\,a^x = a^x \cdot \ln a, \quad$ kun a on positiivinen vakio
- $D\,\ln x = \dfrac{1}{x}$
- $\displaystyle\int a\,dx = ax + C, \quad$ kun a on mikä tahansa reaaliluku
- $\displaystyle\int x^k\,dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} + C, \quad$ kun $k \neq -1$
- $\displaystyle\int f'\big(g(x)\big)g'(x)\,dx = f\big(g(x)\big) + C$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$
- $a^x = e^{(\ln a)x}$
- $\log_a x = y <=> a^y = x$

- $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$
- $N(t) = N_0 e^{kt}$

LIITE 3: Harjoittelua ohjaava esimerkkitentti

Matematiikka I (ME-003)
Syksy 2019
Esimerkkitenttitehtävät
15 tehtävää

Ykkösen tenttiin tulee yhteensä kuusi tehtävää, jotka ovat samanlaisia kuin tässä monisteessa. Tehtävistä 1-10 tenttiversiot ovat samalla tehtävänannolla, mutta eri arvoilla/lausekkeilla/kuvaajilla. Tehtävistä 11-15 tenttiversiot ovat samantyyppisiä tehtäviä, mutta tehtävänanto voi olla erilainen.

Monisteen lopussa oleva kaavakokoelma tulee sellaisenaan tenttiin. Siihen voi ehdottaa lisäyksiä Presemossa: presemo.helsinki.fi/me003. Ehdotuksia harkitaan tapauskohtaisesti, ja mikäli muutoksia tulee, lopullinen kaavakokoelma julkaistaan vielä uudestaan ennen tenttiä.

Tentissä saa olla mukana laskin ja MAOL-taulukkokirja.

Merkitse tentissä vastauksissasi kaikki laskutoimitukset näkyviin! Pelkkä vastaus ei riitä, jollei toisin mainita.

1. Ratkaise x.
   (a) $\dfrac{1-x}{2} = -5x + 3$
   (b) $16x^2 - 4x + \dfrac{1}{4} = 0$
   (c) $2x^2 - \dfrac{3}{4} < 12x$
2. Ratkaise x, a-kohdassa myös y.
   (a) $\begin{cases} 5x + 5 = \dfrac{5y}{4} \\ 3y - 2x = 3 \end{cases}$
   (b) $6^{x-3} = 11$
   (c) $\log_3 x = 7$

3. Tehtävässä tarkastellaan funktioita

$$f(x) = x^2 - 2x - 3, \qquad \text{ja} \qquad g(x) = \begin{cases} -1, & \text{kun } x < -2 \text{ tai } x > 2 \\ \frac{1}{2}x + 1, & \text{kun } -2 \leq x \leq 2. \end{cases}$$

(a) Laske funktioiden f ja g arvot lähtöarvoilla 0, -2 ja 3.

(b) Piirrä funktioiden f ja g kuvaajat.

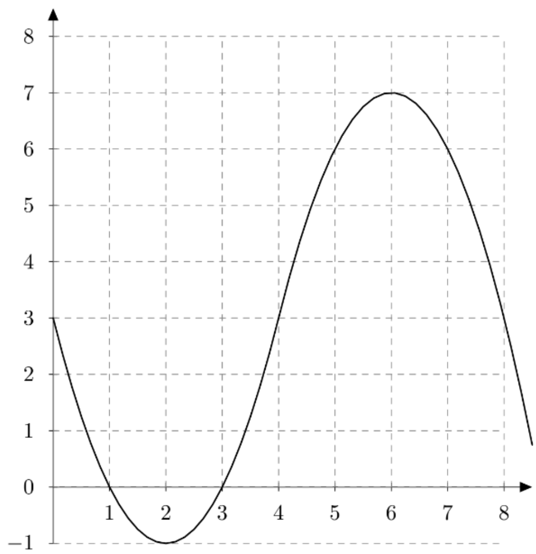
(c) Millä lähtöarvoilla funktiot f ja g ovat kasvavia? Pelkkä vastaus riittää.

4. Alla näet erään funktion $f(x)$ kuvaajan tarkasteluvälillä [0, 8]. Määritä kuvan perusteella (pelkkä vastaus riittää)

(a) funktion $f(x)$ nollakohdat tarkasteluvälillä [0, 8].

(b) funktion $f(x)$ derivaatan nollakohdat tarkasteluvälillä [0, 8].

(c) funktion $f(x)$ pienin ja suurin arvo tarkasteluvälillä [0, 8].



5. Derivoi.

(a) $D(3x^2 - 5x - 7)$

(b) $D(\dfrac{6x^2 + x}{x^5 - 3})$

(c) $D(\sqrt{6x - 8})$

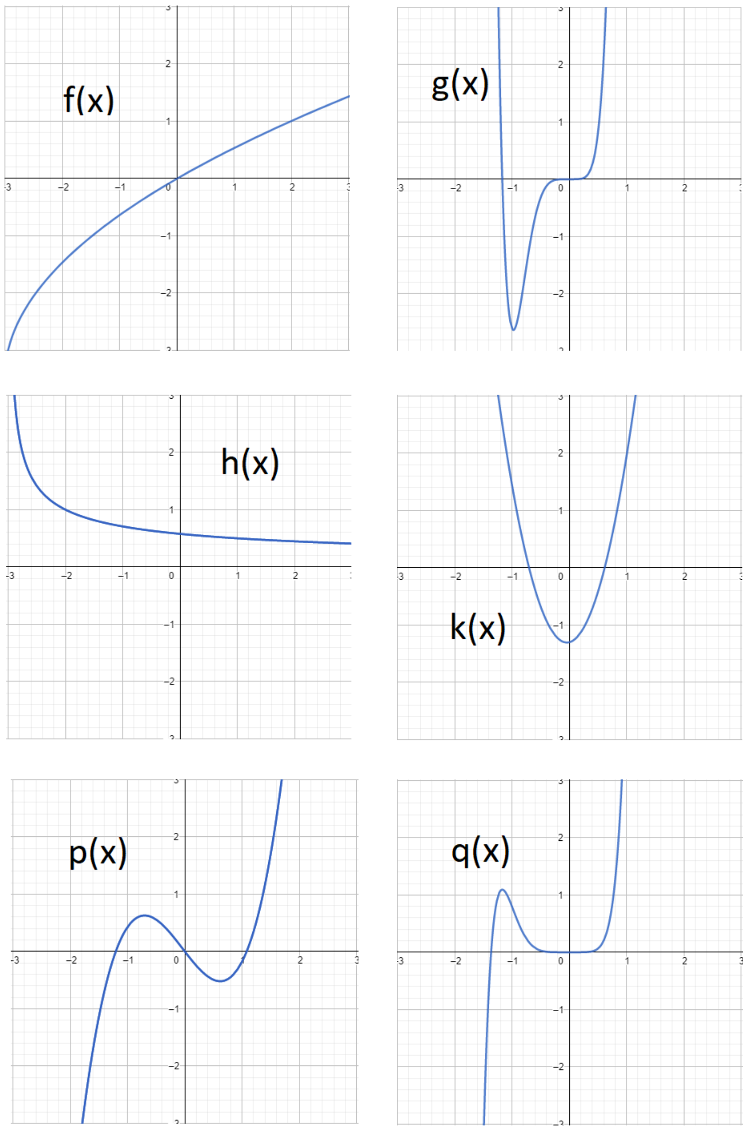
6. Laske.

   (a) $D(2x^2e^x)$

   (b) $\int \frac{-22x^{11} + 6x^5 - 2x}{2x} dx$

   (c) $\int_{-1}^{2} 4x^2 - 2x + 1 dx$

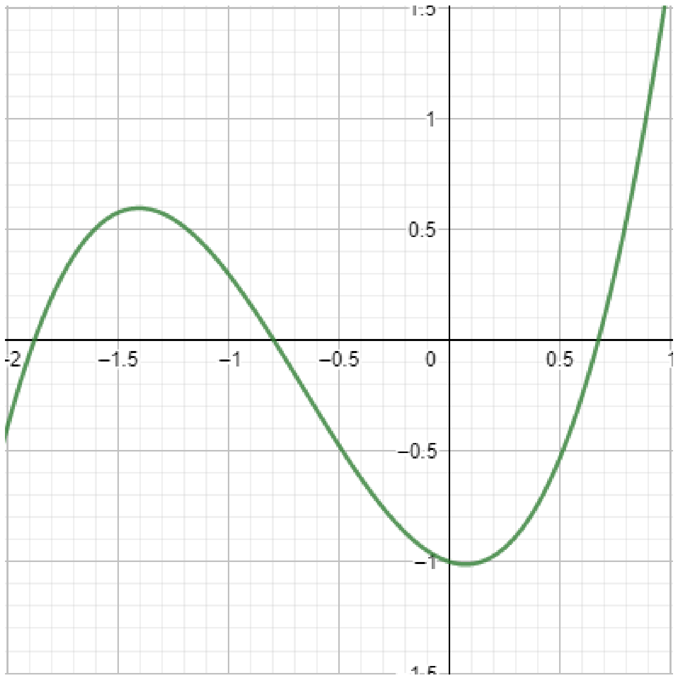
7. Alla näkyvät kuvaajat funktioista $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, $k(x)$, $p(x)$ ja $q(x)$. Funktiot muodostavat kolme paria, joissa toinen funktio on toisen derivaattafunktio. Päättele parit kuvaajista ja merkitse ne muodossa $m(x) = n'(x)$. Perustele päättelysi lyhyesti.



8. Alla näkyy funktion $f(x)$ kuvaaja. Derivoi graafisesti niin tarkasti kuin osaat.

(a) Mikä on funktion derivaatan arvo pisteessä $x = 0$?

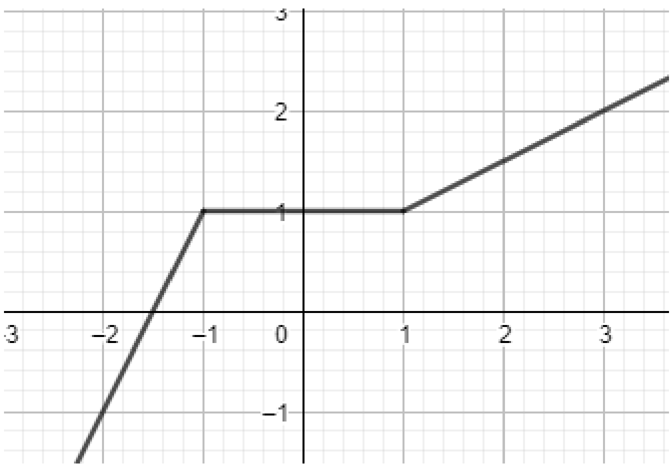
(b) Mikä on funktion derivaatan arvo pisteessä $x = -1$?



Integroi alla oleva funktio graafisesti

(c) välillä [-1, 2].

(d) välillä [-2, 3].



9. (a) Määritä funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 1$ ääriarvokohdat ja ääriarvot, kun $-1 \leq x \leq 6$. Mikä on suurin funktion $f(x)$ saama arvo välillä [-1, 8]?

   (b) Määritä funktion $g(x) = x^2 - 4x$ nollakohdat ja laske integraalin avulla kyseisen funktion kuvaajan ja x-akselin rajoittaman suljetun alueen ala. (Kannattaa piirtää ensin kuvaaja.)

10. Olkoot

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -1 & -1 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}.$$

Laske seuraavista matriiseista ne, jotka on määritelty:

   (a) $A - B$

   (b) $A + C$

   (c) AC

   (d) C^2

   (e) $C(A + B)$

   (f) $5 * B$

11. Yritys on vuokrannut kopiokoneen firmasta, joka veloittaa 250 euroa kuukaudessa sekä lisäksi 3 senttiä/kopio.

   (a) Muodosta funktio, joka ilmoittaa kopiokoneen kokonaisvuokran kuukaudessa koneella otetun kopiomäärän funktiona.

   (b) Muodosta funktio, joka ilmoittaa otettujen kopioiden yksikkökustannukset koneella otetun kopiomäärän funktiona.

   Kopiokone on kuution muotoinen ja sen sivun pituus on x cm. Kopiokonefirma markkinoi uutta mallia, joka on vanhaa mallia 10 cm kapeampi ja 5 cm korkeampi.

   (c) Muodosta funktio, joka kuvaa uuden kopiokonemallin tilavuutta x:n funktiona.

   (d) Muodosta funktio, joka kuvaa uuden ja vanhan kopiokonemallin tilavuuksien absoluuttista eroa (eli ero kuutiosenttimetreissä, ei prosenteissa) x:n funktiona.

12. Pesäpallopelin syötössä pallon korkeus h (metriä) noudattaa pallon ilmassaolon aikana likimäärin yhtälöä $h(t) = 1 + 15t - 5t^2$, missä t (sekuntia) on syöttöhetkestä kulunut aika.

    (a) Ilmaise lauseke, joka kuvaa pallon nopeutta ajan funktiona. Laske sen avulla pallon alkunopeus ja nopeus hetkellä $t = 2{,}5$.

    (b) Kuinka korkealla pallo käy?

    (c) Jos lyöjä ei osu palloon, milloin ja millä nopeudella pallo putoaa maahan?

13. Kauppias myy omenoita. Omenoiden päivittäinen myynti m (kg) riippuu kilohinnasta x funktion $m(x) = 144 - 45x$ mukaisesti.

    (a) Millä hinnalla kauppiaan myyntitulot ovat suurimmat?

    (b) Mitkä nämä suurimmat myyntitulot ovat?

    (c) Millä hinnalla omenoita ei enää ostettaisi ollenkaan?

14. Vuoden määräaikaistilille maksetaan korkoa 2 %. Jos rahoja ei vuoden kuluttua nosteta, korko lisätään pääomaan ja tiliehdot säilyvät ennallaan. Tilille talletetaan 2500 euroa.

    (a) Muodosta funktio, joka kuvaa tilillä olevaa rahasummaa x vuoden kuluttua.

    (b) Kuinka paljon rahaa tilillä on 5 vuoden kuluttua?

    (c) Kuinka monen vuoden kuluttua tililtä on nostettavissa 3000 euroa?

15. Ravintoliuoksesta otetussa näytteessä todettiin olevan bakteereita 1500 kpl/mm^3 ja kolme tuntia myöhemmin 3000 kpl/mm^3.

    (a) Muodosta funktio $N(t)$, joka kertoo bakteerien lukumäärän ajan funktiona tuosta hetkestä eteenpäin. (Vinkki: funktio on muotoa $N(t) = N_0e^{kx}$, missä N_0 on bakteerien alkuperäinen lukumäärä ja k on vakio.)

    (b) Kuinka paljon bakteereja oli vuorokauden kuluttua?

    (c) Minkä ajan kuluttua bakteereja oli 96 000?

Kaavoja

- $\dfrac{1}{x^n} = x^{-n}$
- $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$
- $ax^2 + bx + c = 0 <=> x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- $D\,x^k = kx^{k-1}, \quad$ kun k on jokin reaaliluku
- $D\,a = 0, \quad$ kun a on jokin vakio
- $D\big(f(x) \pm g(x)\big) = f'(x) \pm g'(x)$
- $D\big(af(x)\big) = af'(x), \quad$ kun a on jokin vakiokerroin
- $D\big(f(x)g(x)\big) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
- $D\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right) = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2}$
- $D\big(f(g(x))\big) = f'\big(g(x)\big)g'(x)$
- $D\,e^x = e^x$
- $D\,a^x = a^x \cdot \ln a, \quad$ kun a on positiivinen vakio
- $D\,\ln x = \dfrac{1}{x}$
- $\displaystyle\int a\,dx = ax + C, \quad$ kun a on mikä tahansa reaaliluku
- $\displaystyle\int x^k\,dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} + C, \quad$ kun $k \neq -1$
- $\displaystyle\int f'\big(g(x)\big)g'(x)\,dx = f\big(g(x)\big) + C$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + C$
- $a^x = e^{(\ln a)x}$

- $\log_a x = y <=> a^y = x$
- $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$
- $N(t) = N_0 e^{kt}$

LIITE 4: Suomennettu ATMI-kysely

Kysely sisältää väittämiä suhtautumisestasi matematiikkaan. Vastaa kysymyksiin tämänhetkisen tuntuman mukaisesti. Oikeita tai vääriä vastauksia ei ole. Lue jokainen kysymys huolellisesti ja mieti, mitä tunteita se sinussa herättää. Valitse vaihtoehto vastausasteikolta (1-5), joka kuvastaa tunnettasi parhaiten. Vastaa jokaiseen kysymykseen.

Vastausasteikko: 1= Täysin eri mieltä, 2 = Jokseenkin eri mieltä, 3 = Ei samaa eikä eri mieltä, 4 = Jokseenkin samaa mieltä ja 5 = Täysin samaa mieltä.

1. Matematiikka on erittäin tarpeellinen ja hyödyllinen oppiaine
2. Haluan kehittää matematiikan taitojani
3. Tunnen itseni erittäin tyytyväiseksi kun saan ratkaistua matemaattisen ongelman
4. Matematiikka auttaa kehittämään älykkyyttä ja opettaa ajattelua
5. Matematiikka on tärkeää jokapäiväisessä elämässä
6. Matematiikka on yksi tärkeimmistä oppiaineista opiskella
7. Matematiikan kursseista on paljon hyötyä riippumatta siitä, mitä aion opiskella ja tehdä työkseni tulevaisuudessa
8. Keksin monta tapaa, joilla käytän matematiikkaa opintojeni ulkopuolella
9. Matematiikka on minulle yksi kammottavimmista oppiaineista
10. Aivoni tyhjenevät, enkä pysty ajattelemaan selkeästi, kun työskentelen matematiikan parissa
11. Matematiikan opiskelu saa minut hermostuneeksi
12. Matematiikka saa oloni epämukavaksi
13. Olen aina äärimmäisen kuormittunut matematiikan kursseilla
14. Kun kuulen sanan ”matematiikka”, tunnen vastenmielisyyttä
15. Hermostun jo ajatuksesta, että pitäisi ratkaista matemaattinen ongelma
16. Matematiikka ei pelota minua yhtään
17. Olen hyvin itsevarma matematiikkaan liittyvissä asioissa

18. Pystyn ratkaisemaan matemaattisia ongelmia ilman suurempia vaikeuksia
19. Oletan suoriutuvani melko hyvin kaikista matematiikan kursseista, joita käyn
20. Olen aina hämmentynyt matematiikan kursseilla
21. Tunnen oloni epävarmaksi, kun yritän suoriutua matematiikan kursseista tai muista matematiikkaa vaativista tehtävistä
22. Opin matematiikkaa helposti
23. Olen luottavainen sen suhteen, että voisin oppia haastaviakin matematiikan aiheita
24. Olen yleensä nauttinut matematiikan opiskelusta koulussa
25. Matematiikka on tylsää ja pitkäveteistä
26. Tykkään ratkoa uusia matemaattisia ongelmia
27. Ratkoisin mieluummin matemaattisen ongelman kuin kirjoittaisin esseen
28. Haluaisin välttää matematiikan käyttöä tulevissa opinnoissani ja työssäni
29. Pidän aidosti matematiikasta
30. Olen iloisempi matematiikan kursseilla kuin millään muilla kursseilla
31. Matematiikka on hyvin kiinnostava oppiaine
32. Olen halukas opiskelemaan matematiikkaa enemmänkin kuin vain pakollisen määrän
33. Olen suunnitellut opiskelevani niin paljon matematiikkaa kuin mahdollista opintojeni aikana
34. Matematiikan haastavuus viehättää minua
35. Ajattelen, että haastavammankin matematiikan opiskelu on hyödyllistä
36. Uskon, että matematiikan opiskelu auttaa muihin aihealueisiin liittyvässä ongelmanratkaisussa
37. Minusta on mukavaa esittää omia ratkaisuehdotuksiani vaikeaan matemaattiseen ongelmaan
38. Minusta on mukavaa vastata kysymyksiin matematiikan kursseilla

39. Vahva matematiikan osaaminen voisi auttaa minua työelämässä

40. Uskon olevani hyvä ratkomaan matemaattisia ongelmia